

УТВЕРЖДЕНА
протоколом заседания совета по
государственной поддержке
создания и развития
математических центров
мирового уровня
от _____ 2021 года № _____

Программа создания и развития
математического центра мирового уровня
«Математический центр в Академгородке»
на 2019-2024 годы

ПАСПОРТ

Программы создания и развития математического центра мирового уровня «Математический центр в Академгородке»

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Наименование организации, на базе которой создается центр, или организаций – участников центра | 1. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет». |
| 1. Цели Программы создания и развития центра | 2. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.
– Обеспечение лидирующей позиции Российской Федерации в числе пяти ведущих стран мира, осуществляющих научные исследования и разработки в области математики и смежных областях.
– Обеспечение привлекательности работы в Сибирском макрорегионе для российских и зарубежных ведущих ученых и молодых перспективных исследователей.
– Интеграция российских математических исследований в мировую науку, в том числе путем создания инфраструктуры международного научно-технического и инновационно-технологического сотрудничества.
– Обеспечение передового уровня фундаментальных и прикладных исследований в математике и смежных областях.
– Развитие кадрового потенциала Сибирского макрорегиона в сфере исследований и разработок, в том числе за счет обеспечения профессионального роста молодых исследователей, преподавателей вузов, учителей школ в области математики, а также развития кадров в сфере управления исследованиями. |
| 2. Задачи Программы создания и развития центра | – Формирование механизма обновления научных тематик: мониторинг текущих тенденций в математике и смежных областях, выявление перспективных направлений и мировых лидеров, создание временных исследовательских коллективов.
– Подготовка высококвалифицированных специалистов для решения актуальных проблем в области фундаментальной и прикладной математики, в том числе проблем «цифровизации» экономики и управления, разработки и развития систем обработки больших данных и суперкомпьютерных вычислений.
– Формирование в Сибирском макрорегионе новых и актуализация действующих тематических центров компетенций и научных школ.
– Включенность «Математического центра в Академгородке» в сеть математических центров РФ, а также взаимодействие с ведущими российскими университетами и академическими институтами, Центрами компетенций НТИ и НОЦ для достижения целей проекта «Академгородок 2.0» и нацпроектов «Наука» и «Образование». |
| | ПОДЗАДАЧИ:
– Привлечение к деятельности Центра российских и иностранных исследователей, в том числе на позиции «пост-док» (молодых кандидатов наук, у которых с момента защиты диссертации прошло не более 5 лет до 5 лет после защиты диссертации), в области математики и смежных областях на условиях проведения открытых конкурсов на замещение вакантных должностей. |
-

- Выстраивание системы взаимодействия с высокотехнологичными компаниями, в том числе компаниями-резидентами новосибирского технопарка и IT-подразделениями ведущих мировых компаний, для проведения заказных исследований и разработки совместных образовательных программ.
- Проведение международных научных конференций, международных, российских и региональных олимпиад для школьников и студентов, специализированных семинаров и молодежных научных школ, школ-конференций, воркшопов и пр.
- Разработка и реализация образовательных, научных и научно-технологических программ длительностью от 1 месяца до 1 года.
- Приглашение ведущих мировых учёных-математиков для чтения курсов лекций и совместной научной работы с российскими математиками, аспирантами, студентами на различные сроки (вплоть до одного года).
- Привлечение к обучению по программам Центра аспирантов и магистрантов из других субъектов РФ.
- Повышение квалификации российских математиков, учителей и преподавателей математики и смежных дисциплин.
- Развитие систем стажировок и академической мобильности.
- Развитие инфраструктуры Центра: создание площадки для проведения научно-образовательных мероприятий Центра; обеспечение приглашенных исследователей, в том числе «пост-доков» (молодых кандидатов наук, у которых с момента защиты диссертации прошло не более 5 лет до 5 лет после защиты диссертации), рабочими местами и комфортными условиями для проживания; создание информационной среды для обеспечения проведения онлайн-видеолектория, видеоконференций, онлайн-консультаций и т.д.
- Вовлечение молодежи (в первую очередь, студентов математических специальностей) в исследовательскую работу научно-исследовательских коллективов Центра, в том числе для реализации проектов под руководством молодых ученых.
- Развитие и повышение востребованности российских математических журналов.
- Участие в работе по математическому просвещению и популяризации математических знаний среди населения России, в том числе взаимодействие со школами, лицеями, гимназиями, школами РАН, СУНЦ, образовательными центрами «Сириус» и «Альтаир».
- Формирование кадрового резерва Центра.
- Формирование «ядра» коллектива исследователей из высококвалифицированных кадров, работающих в Центре на условиях полной занятости, с обеспечением высокого уровня оплаты труда.
- Привлечение грантового и иного софинансирования для решения поставленных научных задач и проектов Центра, в том числе создание на указанные средства временных ставок для привлечения «пост-доков» (молодых кандидатов наук, у которых с момента защиты диссертации прошло не более 5 лет до 5 лет после защиты диссертации) на конкурсной основе.

3. Общий объем финансирования

№ п/п	Наименование источника финансового	Предлагаемый объём финансового обеспечения, (млн. руб.)

Программы создания и развития центра, в том числе по годам реализации

	обеспечения Программы	2019 г.	2020 г.	2021 г.	2022 г.	2023 г.	2024 г.	Итого
1	Суммарный бюджет	80	168	176	176	176	176	952
1.1	Объем запрашиваемого гранта из средств федерального бюджета	80	160	160	160	160	160	880
1.2	Объем средств внебюджетных источников на исследования и разработки Центра	0	8	16	16	16	16	72

4. Планируемые результаты реализации Программы создания и развития центра

Основными результатами реализации Программы создания и развития «Математического центра в Академгородке» станут:

- Создание постоянно работающего механизма поддержки и продвижения новых перспективных исследований.
- Создание условий для привлечения и закрепления молодежи в науке, усиления кадрового потенциала российской науки.

Реализация Программы позволит обеспечить выполнение следующих показателей национального проекта «Наука»:

Для выполнения показателей п.п. 1.5, 2.7, 2.18 Федерального проекта «Развитие передовой инфраструктуры для проведения исследований и разработок в Российской Федерации» в рамках национального проекта «Наука» планируется:

- Количество статей, определяемых приоритетами научно-технологического развития Российской Федерации, в научных изданиях первого и второго квартилей, индексируемых в международных базах данных «Scopus» и (или) Web of Science Core Collection, и (или) публикаций в трудах конференций из рейтинга CORE уровня А(А*) или В, соавторами которых являются работники Центра, нарастающим итогом к 2024 году достигнет 100 единиц.

- Количество научных журналов, включенных в международные базы данных (Web of Science, «Scopus»), нарастающим итогом к 2024 году достигнет 6.

Для выполнения показателей п.п. 1.1, 1.3, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10 и 1.11 Федерального проекта «Развитие кадрового потенциала в сфере исследований и разработок» в рамках национального проекта «Наука» планируется:

- Количество исследователей, принятых на работу в Центр и ранее не работавших исследователями в организациях, являющихся участниками Центра, нарастающим итогом к 2024 году достигнет 6 человек.

- Количество иностранных исследователей, принятых на работу в Центр, нарастающим итогом к 2024 году достигнет 5 человек.

- Доля исследователей, работающих на условиях полной занятости в Центре, имеющих индекс Хирша не менее 10 или процитированных не менее, чем в 30 публикациях (значения индекса Хирша и количества цитирующих публикаций определяются по базе данных Web of Science Core Collection), к 2024 году достигнет 15%.

- Количество проведенных конференций, мастер-классов и иных научно-образовательных мероприятий, в том числе международных, нарастающим итогом к 2024 году достигнет 70.

- Количество разработанных и внедренных Центром новых образовательных программ и (или) исследовательских программ, в том числе международных тематических программ, нарастающим итогом к 2024 году достигнет 10.
- Количество молодых ученых, работающих в Центре на постоянной основе, от общего числа ученых, работающих в Центре, к 2024 году будет не менее 51%.
- Количество ведущих ученых, работающих в Центре на постоянной основе, от общего числа ученых, работающих в Центре, к 2024 году будет не менее 15%.
- Количество исследований, проводимых в Центре под руководством молодых ученых, от общего числа проводимых в Центре исследований к 2024 году составит не менее 15%.
- Количество стажировок сотрудников Центра нарастающим итогом к 2024 году составит не менее 20 штук.
- Количество молодых исследователей и обучающихся, прошедших обучение в Центре или принявших участие в реализуемых Центрами научных и (или) научно-технических программах и проектах, нарастающим итогом к 2024 году составит не менее 1000 человек.
- Количество лиц, включенных в кадровый резерв на замещение должностей руководителей и заместителей руководителей научных и образовательных организаций и прошедших обучение по программам подготовки управленческих кадров, составит нарастающим итогом к 2024 году не менее 15 человек.
- Численность иностранных аспирантов, обучающихся в Центре, к 2024 году составит не менее 3 человек.
- Численность аспирантов из других субъектов Российской Федерации, обучающихся в Центре, к 2024 году составит не менее 8 человек.

Для достижения показателей по Финансовому обеспечению реализации национального проекта «Наука»:

- Размер внебюджетных средств на исследования и разработки Центра нарастающим итогом к 2024 году составит 72 млн. руб.
- Программа создания и развития Центра рассчитана на период с 2019 по 2024 годы.

5. Сроки реализации Программы создания и развития центра

Инициатор создания центра



Вдовин Е.П.

Информация о деятельности организаций, являющихся участником центра за 2016-2018 годы.

1. Наличие научного задела по направлениям деятельности центра.

Сибирское отделение Академии наук и его центр – Новосибирский Академгородок – были созданы «в целях усиления научных исследований в области физико-технических, естественных и экономических наук и быстрейшего развития производительных сил Сибири и Дальнего Востока» (из Постановления Совета Министров СССР от 18.05.1957). У его истоков стояли выдающиеся математики и механики М.А. Лаврентьев, А.И. Мальцев, С.Л. Соболев, С.А. Христианович, которые во многом заложили фундамент для развития математических исследований и математического образования в СО РАН и России. Сильной стороной Новосибирской математической школы является тесная связь фундаментальных и прикладных исследований. Поэтому математическую жизнь Академгородка невозможно представить без ученых, работающих в институтах прикладной направленности. Достаточно сказать, что основатель Академгородка М.А. Лаврентьев был создателем и первым руководителем Института гидродинамики. Академик С.А. Христианович возглавлял основанный им Институт теоретической и прикладной механики. Первым директором Вычислительного центра ННЦ, в который в настоящее время входят Институт вычислительной математики и математической геофизики, Институт систем информатики и Институт вычислительных технологий, был будущий Президент Академии наук академик Г.И. Марчук.

Новосибирский государственный университет, основанный в 1958 году и принявший первых студентов в сентябре 1959 года, стал неотъемлемой частью Научного центра. Близость академических институтов позволила основателям НГУ и их преемникам привлечь к преподаванию ведущих ученых СО РАН. Базовыми принципами учебного процесса НГУ стали (из доклада первого ректора НГУ И.Н. Векуа на Президиуме СО РАН от 23.03.1959):

- сосредоточение общепрофессиональной подготовки студентов в начальные годы обучения;
- освобождение старших курсов для освоения специальных дисциплин и исследовательской работы студентов в лабораториях научно-исследовательских институтов Академгородка;
- привлечение к преподаванию общенаучных и специальных дисциплин и руководству исследовательской работой студентов научных работников институтов;
- формирование учебных планов и чтение курсов лекций, содержание которых отражает современное состояние мировой науки.

Эти принципы не изменились и сейчас. Основной особенностью НГУ является сочетание преподавания основ фундаментальных знаний со специализацией студентов на переднем крае науки. Целевая модель НГУ – исследовательский университет мирового уровня, выполняющий в числе прочих функции подготовки элитных кадров высшей квалификации для науки и высокотехнологичного бизнеса, определяющих научно-технологические тренды развития страны и мира, а также проведения исследований в прорывных научных направлениях, отвечающих на глобальные вызовы. В связи с этим большинство студентов и аспирантов факультетов естественнонаучного профиля участвуют в научно-исследовательской работе в лабораториях институтов и НГУ, а наиболее сильные из них получают приличные результаты, которые публикуются в высокорейтинговых научных журналах. Динамичный рост числа индексируемых в Scopus публикаций сотрудников НГУ с 1781 до 3028 в период с 2014 по 2018 год

обуславливается тесной взаимосвязью НГУ с институтами СО РАН: более 90% преподавателей НГУ являются действующими учеными Новосибирского научного центра.

Вся эта экосистема – исследовательские институты Новосибирского научного центра и НГУ – за 60 лет существования естественным образом доказала свою устойчивость: в 2019 году НГУ стал вторым университетом РФ в мировом рейтинге QS World University Rankings, в основе которого лежит глобальное исследование показателей достижений учебных заведений в области образования и науки. Устойчивая позиция университета обусловлена, в частности, предметными рейтингами: QS World University Rankings: Natural Sciences – 68 в мире (2 в России), QS World University Rankings: Engineering & Technology – 182 в мире (2 в России), QS University Rankings: by Subject (Mathematics) – 101–150 (3 в России), QS University Rankings: by Subject (Computer Science & Information Systems) – 301–350 (6 в России).

Профессорско-преподавательский корпус НГУ, изначально вобравший в себя представителей самых различных школ и направлений из известных научно-образовательных центров, в последующие десятилетия сам стал осуществлять миссию распространения высшего образования в восточных регионах страны. В частности, «десанты» из опытных профессоров механико-математического факультета НГУ (ММФ) и их молодых учеников сыграли важнейшую роль в становлении ряда «молодых» университетов Сибири (Красноярск, Омск, Барнаул и пр.). Главным же интеллектуальным богатством, которым прирастает ММФ и работающая в нем профессура, являются выпускники факультета. Сотни из них добились признания в научном сообществе в России и за рубежом. Среди выпускников факультета два академика, девять членов-корреспондентов РАН, академик РАО, более 300 докторов наук и профессоров, в том числе российских ведущих ученых.

Центральную роль в математических исследованиях, ведущихся в Академгородке, играет Институт математики им. С.Л. Соболева. В разные годы в его стенах работали математики мирового уровня: основатель и первый директор института академик С.Л. Соболев, нобелевский лауреат академик Л.В. Канторович, академики А.Д. Александров, А.П. Ершов, М.М. Лаврентьев, А.И. Мальцев. В настоящее время в нем работают 296 научных сотрудников (и 49 сотрудников Омского филиала), среди которых академики А.А. Боровков, С.К. Годунов, С.С. Гончаров, Ю.Л. Ершов, Ю.Г. Решетняк, И.А. Тайманов. 185 сотрудников ИМ СО РАН (более 60%) преподают в НГУ.

В ИМ СО РАН и в НГУ выполнялись и выполняются работы по мегагрантам в области математики. В рамках одного из них в ИМ СО РАН создана и функционирует лаборатория геометрической теории управления, в рамках второго, продолжающегося в настоящее время, в НГУ создана и функционирует лаборатория топологии и динамики, возглавляемая профессором Л.Х. Кауффманом. В НГУ и ИМ СО РАН ежегодно выполняются работы по десяткам инициативных грантов РФФИ и РФФИ, а результаты в области математики, получаемые сотрудниками этих организаций, регулярно включаются в отчет РАН о важнейших результатах за год. Работы по математике сотрудников НГУ и ИМ СО РАН неоднократно отмечались государственными премиями, а также премиями и медалями РАН и Сибирского отделения РАН.

Сведения о наличии в организации/организациях советов по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук по направлениям деятельности центра и/или наличие права у организаций проводить защиты диссертации по собственным правилам, количество защищенных диссертаций и базовых кафедр по направлениям деятельности центра приводятся в таблице 1.

Таблица 1.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Количество диссертационных советов и/или наличие права у организации/организаций проводить защиты диссертаций по собственным правилам	5	НГУ имеет право проводить защиты диссертаций по собственным правилам
Количество защищенных диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, единиц	30	
Количество защищенных диссертаций на соискание ученой степени доктора наук, единиц	3	
Количество базовых кафедр других организаций или в других организациях, единиц	21	

Сведения о количестве научных журналов, (учрежденных/издаваемых) в области математических и смежных наук, в соответствии с таблицей 2.

Таблица 2.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Количество научных журналов, (учрежденных/издаваемых) в области математических и смежных наук, единиц	7	

ИМ СО РАН и НГУ имеют долгий опыт взаимодействия с другими научными и образовательными организациями. Сотрудники ИМ СО РАН преподают различные математические курсы в большинстве ведущих вузов Новосибирска: НГТУ, НГПУ, НГАУ, НГУЭУ, СибГУТИ, СГУГиТ и пр. ИМ СО РАН имеет долговременные совместные проекты с институтами Новосибирского научного центра (ИЦиГ, ИГиЛ, ИГ и пр.), исследовательскими институтами из других регионов Российской Федерации. Кроме того, в ИМ СО РАН проводятся или проводились в последние 3 года работы по договорам подряда со следующими организациями: ПАО «Силловые машины», г. Санкт-Петербург (6 договоров); ЗАО «Ледас», г. Новосибирск (2 договора), АО «Тяжмаш», г. Сызрань, Самарская область (2 договора), ООО «Технологическая компания Шлюмберже» (1 договор), ООО «ЦУП ЧЭАЗ», г. Москва (1 договор).

В 2019 году заключено соглашение с университетом города Шеньжень (Китай) с одной стороны и НГУ, ИМ СО РАН и ИСИ СО РАН с другой. В рамках этого соглашения в Шеньжэне создан центр по изучению больших данных, в котором ведутся совместные работы сибирских и китайских математиков, а также происходит обучение аспирантов из России и Китая.

Деятельность Новосибирского государственного университета направлена на объединение интеллектуального, научного и технологического потенциалов за счет интеграции кадровых, материальных и других ресурсов институтов Новосибирского научного центра и технопарков

Новосибирска. Среди более 30 научных институтов, расположенных в непосредственной близости от университета, 22 являются базовыми для естественнонаучных факультетов НГУ. В частности, базовыми для механико-математического факультета являются Институт математики им. С.Л. Соболева, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, Институт вычислительной математики и математической геофизики, Институт систем информатики им. А.П. Ершова, Институт вычислительных технологий, Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича. Кроме того, факультет сотрудничает со следующими научно-исследовательскими институтами СО РАН: Институтом автоматизации и электрометрии, Институтом горного дела им. Н.А. Чинакала, Институтом катализа им. Г.К. Борескова, Институтом нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука, Институтом теплофизики им. С.С. Кутателадзе, Институтом цитологии и генетики, Институтом экономики и организации промышленного производства, Институтом ядерной физики им. Г.И. Будкера, Конструкторско-технологическим институтом вычислительной техники, а также с Научным центром клинической и экспериментальной медицины СО РАМН.

Интеграция деятельности НГУ в глобальные академические и инновационные сети осуществляется через взаимодействие с ведущими российскими и зарубежными университетами и высокотехнологичными компаниями для совместных ответов на глобальные вызовы:

1. Начиная с 2003 года, НГУ поддерживает сотрудничество с ведущими зарубежными учебными заведениями, в рамках которого студенты НГУ участвуют в программах получения двойных дипломов. В частности, многолетние отношения поддерживаются с Парижским Институтом Науки и Технологии (Paris Institute of Science and Technology) – кластером, состоящим из 10 самых престижных инженерных «Гранд Эколь» (специализированных вузов) Парижа: Agro ParisTech, Chimie ParisTech, École des Ponts ParisTech, ENSTA ParisTech, ESPCI ParisTech, MINES ParisTech, Télécom ParisTech, Institut d'Optique Graduate School, Arts et Métiers ParisTech, ENSAE ParisTech. Ежегодно в рамках программ двойных дипломов обучается 4–8 магистрантов ММФ.
2. В 2011 году был создан совместный Китайско-российский институт НГУ и Хэйлунцзянского университета (г. Харбин, Китай), ежегодно реализующий обучение более 230 китайских студентов бакалавриата, магистратуры и аспирантов по профилям «химия», «биология», «физика», «математика», «экономика» и «юриспруденция». В настоящее время Китайско-российский институт (КРИ) – это полноценная образовательная структура, аналогичная факультету или институту вуза, для которой одним из ключевых моментов системы обучения является то, что 70% специальных дисциплин преподаются российскими преподавателями НГУ на русском языке. Российские преподаватели не только полностью обеспечивают процесс обучения в России, но и выезжают преподавать специальные дисциплины в Харбин (около 80 преподавателей ежегодно), причем эта часть учебного процесса производится циклами – в виде интенсивного «погружения» в дисциплину. Планируется расширение сотрудничества в области науки, в создании совместных научных лабораторий. Ежегодно в рамках взаимодействия на ММФ приезжает более 20 обучающихся, в том числе в настоящий момент трое из них являются аспирантами.
3. НГУ тесно взаимодействует с высокотехнологичными компаниями – резидентами АО «Академпарк», которые в свою очередь привлекают студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов к технологическому предпринимательству, участию в инновационной деятельности. Например, в 2016 году совместный комплексный проект «Разработка аналитического программного комплекса потоковой обработки данных в телекоммуникационных сетях с целью обеспечения информационной безопасности» НГУ и ООО «Сигнатек» победил

в конкурсе Минобрнауки по развитию кооперации вузов и промышленных партнеров (в рамках постановления Правительства Российской Федерации № 218). Сумма привлеченного контракта на три года составила 167 млн. рублей.

4. В инновационную инфраструктуру НГУ входят компании, созданные в соответствии с ФЗ-217. К 2017 году в число активных компаний вошли ООО «ГЕОсофтЛАБ», ООО «УНИКАТ», ООО «Версофт», ООО «Сибингео», ООО «Энова», ООО «НПП «Визар», ООО «ЦК «КЭТ», ООО «СВЧ Активация сибирских топлив», ООО «Онковир-Лаб». Оценочное значение годового оборота активных компаний, организованных на основе интеллектуальной собственности университета, составило 17 163 000 руб. Эти компании развивают и коммерциализуют информационные технологии, технологии и оборудование в области приборостроения, медицины и биотехнологий, новой химии.

Таблица 3.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Количество проектов по направлениям деятельности центра, в реализации которых принимают участие организации, единиц	172	
Количество договоров на проведение исследований с промышленными партнерами по направлениям деятельности центра, единиц	12	

2. Публикационная активность работников организации/организаций по направлениям деятельности центра.

Таблица 4. Публикационная активность работников организаций по направлениям деятельности центра.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Доля публикаций по направлениям деятельности центра в изданиях первого и второго квартала по базе WebofScienceCoreCollection или по базе данных Scopus от общего количества публикаций организации по направлению центра в журналах, индексируемых в базах данных WebofScienceCoreCollectionили Scopus, процент.	46%	
Количество публикаций в организации по направлениям деятельности центра на одного исследователя в изданиях, индексируемых в базах данных WebofScienceCoreCollection, MathSciNet и Scopus, единиц	4,97	
Цитируемость публикаций по направлениям деятельности центра работников организации в журналах, индексируемых в базе данных WebofScienceCoreCollection, единиц	6566	

3. Привлечение научных кадров, включая иностранных ученых, по предполагаемым направлениям деятельности центра.

Таблица 5.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Доля исследователей, работающих на условиях полной занятости в организации, в области математических и смежных наук, имеющих индекс Хирша не менее 10 или процитированных не менее чем в 30 публикациях (значения индекса Хирша и количества цитирующих публикаций определяются по базе данных WebofScienceCoreCollection), процент	40.72%	Индекс Хирша не менее 10 имеют 7.17%
Количество иностранных исследователей, принятых на работу в организацию по направлениям деятельности центра, человек	11	

4. Наличие опыта реализации образовательных и (или) научно-технических программ с участием молодых исследователей и обучающихся.

Таблица 6.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Количество базовых кафедр других организаций или в других организациях, единиц	21	
Уровень реализуемых образовательных программ научных и (или) научно-технических программ с участием молодых исследователей и обучающихся	НГУ реализует программы подготовки бакалавров, магистров и аспирантов. ИМ СО РАН реализует программы подготовки аспирантов.	НГУ реализует программы подготовки бакалавров (общая численность обучающихся на конец 2018 года: 861 чел.) и магистров (общая численность обучающихся на конец 2018 года: 221 чел.) по направлениям «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Математика и компьютерные науки», «Механика и математическое моделирование». К преподаванию в рамках программ активно привлекаются молодые исследователи. В НГУ ведется подготовка кадров высшей квалификации (общая численность обучающихся на конец

		2018 года: 70 чел.) по направлениям «Математика и механика» (10 профилей), «Компьютерные и информационные науки» (3 профиля), «Информатика и вычислительная техника» (2 профиля). Высокий уровень образования в области математики подчеркивает позиция ТОП 101-150 НГУ в предметном рейтинге QS Mathematics.
--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. Интегрированность организации в международную научную деятельность

Таблица 7.

Показатель	Значение показателя	Комментарии
Количество международных математических конференций и конгрессов, на которые были приглашены сотрудники организации для доклада, единиц	137	После таблицы приведены 10 наиболее значимых конференций.
Количество международных математических конференций, организованных и проведенных организациями, единиц	25	
Количество публикаций сотрудников организаций совместно с зарубежными учеными по направлениям центра в журналах, индексируемых в базе данных WebofScienceCoreCollection, единиц	157	
Количество результатов интеллектуальной деятельности по направлениям центра, полученных совместно с зарубежными партнерами, единиц	1	Свидетельство о регистрации программ в Казахстане
Количество членов редколлегий зарубежных журналов в области математики и смежных наук из числа сотрудников организаций, человек	36	Из них 3 – главные редакторы

Наиболее значимые международные конференции, в которых сотрудники организаций делали приглашенные доклады.

1. Foss S.G., 3rd European conference in Queueing theory, Jerusalem (Israel), July 2018.
2. Matveeva I.I., Functional Differential Equations and Applications, Ариэль, Израиль, 21– 26 августа 2017 г.
3. Vasil'ev A.V., Conference in Algebraic Graph Theory: Symmetry vs Regularity, Пльзень, Чехия, июль 2018 г.
4. Trakhinin Yu.L., Mathematical Symposium on Partial Differential Equations and their Applications, Stellenbosch, South Africa, March 2016.

5. Lotov V.I., Conference BRICS on Mathematics. Foz do Iguacu (Brazil), July 2018.
6. Tokareva N.V., The 3rd International Workshop on Boolean Functions and their Applications (BFA), Loen, Norway, June 2018.
7. Vdovin E.P., The international conference on Lie theory, representation theory and mathematical physics, Jinan, China, April 2017.
8. Vodop'yanov S.K., CIME– CIRM Course on New Trends on Analysis and Geometry in Metric Spaces, Levico Terme, Italy, June 2017.
9. Романов В.Г., Международная научная конференция «Современные проблемы математической физики и вычислительной математики», МГУ, Москва, 31 октября – 3 ноября 2016 г.
10. Mironov A.E., Conference «Local and nonlocal geometry of PDEs and integrability», dedicated to the 70th birthday of Joseph Krasil'shchik, Trieste, Italy, October 2018.

Информация о планируемых результатах деятельности центра на 2019-2024 годы

Программа научных исследований центра.

Направления научных исследований и ожидаемые результаты

В 2019 году:

В рамках реализации исследовательской программы П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»

П_1.19.1. Геометрические аспекты математической физики.

Обзор известных результатов, определение перспективных направлений исследований.

П_1.19.2. Теория оптимального управления.

Доказательство фундаментальных результатов геометрического анализа, составляющих основу для дальнейших исследований, в следующих направлениях.

В области геометрии изучается класс метрических пространств односторонне ограниченной кривизны. Этот математический объект был введен академиком А.Д. Александровым в 50-е годы прошлого века. Предполагается разработать методiku, позволяющую сводить рассмотрение кривых в общем пространстве ограниченной сверху кривизны к случаю кривых на двумерной поверхности постоянной кривизны. Также предполагается доказать некоторые грубые оценки длины кривой через ее интегральную кривизну и радиус шара, содержащего кривую.

В области геометрической теории управления и субримановой геометрии будут описаны классы локальных систем координат, сохраняющих некоторые инварианты неголономной структуры, а на группах Ли – найдены нормальные геодезические левоинвариантных (суб)финслеровых и (суб)римановых метрик с использованием только структурных констант алгебры Ли и левоинвариантности метрики. Мы выведем тонкие метрические свойства классов поверхностей коразмерности один на сублоренцевых структурах, характерные для рассматриваемого случая, и откроем новые направления для последующего изучения. Будут получены также точные оценки количества звеньев в теореме Рашевского – Чоу на 2-ступенчатых группах Карно. Планируется разработка методов исследования непрерывных и дискретных симметрий, условий оптимальности, конструирования оптимального синтеза для левоинвариантных задач оптимального управления на группах Ли. Ожидается получение достаточных условий продолжаемости симметрий вертикальной подсистемы гамильтоновой системы принципа максимума Понтрягина для нормальных экстремалей до симметрий экспоненциального отображения. Планируется разработка методов исследования экстремалей в субфинслеровых задачах с двумерным множеством управлений на основе выпуклой тригонометрии. Будут разработаны методы исследования аномальных геодезических для левоинвариантных субримановых структур на группах Ли: планируется исследование аномального слоения на коалгебре Ли, содержащего аномальные экстремали.

В области гипоеллиптических уравнений будет найдено аналитическое выражение для первого коэффициента диагональной асимптотики ядра оператора теплопроводности для субриманова многообразия, нильпотентной аппроксимацией которого является некоторая группа Ли.

Кроме того, будет начато исследование задачи о гладкости решений субэллиптических уравнений, проанализирована ее специфика и рассмотрены модельные примеры уравнений.

В области квазиконформного анализа будут впервые заложены основы квазиконформного анализа на абстрактных поверхностях с финслеровой метрикой: мы введем новое понятие конформного отображения абстрактных поверхностей и опишем его свойства, а также установим теорему о граничном соответствии отображений с весовым ограниченным (q,p) -искажением. Для аналогичного класса отображений (весовая функция в образе) будет доказана эквивалентность нескольких определений.

В теории пространств Соболева мы установим N-свойство Лузина для отображений классов Соболева и Соболева – Лоренца высших порядков дифференцируемости. Будет определен аналог интеграла типа Бохнера для функций, принимающих значения в семействе банаховых пространств.

В геометрической теории операторов будут получены свойства уравнений теплопроводности на эволюционирующих областях, где в качестве пространства решения рассматривается прямой интеграл банаховых пространств. Кроме того, будет изучен вопрос о степени аппроксимации кусочно-полиномиальными функциями интегральных функционалов, содержащих производные высших порядков, на различных треугольных сетках. К подобным задачам приводят, например, вопросы сходимости вариационных методов различных краевых задач. Мы планируем дать асимптотическую оценку погрешности вычисления функционала, содержащего вторые производные, в классе кусочно-полиномиальных функций, заданных на произвольной треугольной сетке.

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

Направления: разработка и численная реализация двумерной математической модели акустического томографа, записанного в виде законов сохранения; исследование математических постановок моделей социальных, эпидемиологических и экономических процессов.

Ожидаемые результаты: будут разработаны и реализованы на суперЭВМ численные методы решения двумерной коэффициентной обратной задачи восстановления плотности и скорости распространения волн для гиперболической системы акустики; будут разработаны эффективные алгоритмы численного решения прямых и обратных задач для математических моделей социальных, эпидемиологических и экономических процессов.

Направления: геометрические и топологические методы в математическом моделировании пористых сред; геометрические методы в теории обратных задач.

Ожидаемые результаты: построение алгоритма точного вычисления объема случайной упаковки сфер с одинаковыми радиусами с учетом появления карманов – полостей, изолированных от внешнего по отношению к упаковке пространства; нахождение алгоритмов обращения, формул типа Решетняка и оценок устойчивости для лучевых преобразований с полиномиальными весами на евклидовом пространстве.

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы

Направление: краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений.

Ожидаемые результаты: будут получены результаты о разрешимости задачи Коши и видоизмененной задачи Коши для псевдогиперболических уравнений на бесконечном промежутке по времени; будут получены результаты о существовании и несуществовании, единственности и неединственности решений нелокальных краевых задач для псевдогиперболических уравнений.

Направление: асимптотические свойства решений дифференциально-разностных и интегро-дифференциальных уравнений.

Ожидаемые результаты: будет доказана теорема о возмущении для экспоненциальной дихотомии для систем линейных разностных уравнений с периодическими коэффициентами; будут установлены условия асимптотической устойчивости стационарных решений систем нелинейных уравнений нейтрального типа с постоянным запаздыванием с периодическими коэффициентами в линейных членах.

Направление: краевые задачи для упругих тел с тонкими включениями и трещинами.

Ожидаемые результаты: в рамках проблем с неизвестными областями контакта будет изучена задача о равновесии неоднородного упругого тела, содержащего два отслоившихся и сопрягающихся между собой тонких включения, модель будет характеризоваться параметром повреждаемости, описывающим условие сопряжения между включениями; будет доказана разрешимость задачи управления параметром повреждаемости при условии, что этот параметр меняется от нуля до бесконечности.

Направление: неоднородные краевые задачи для уравнений типа Навье – Стокса сжимаемых многокомпонентных сред.

Ожидаемые результаты: будет доказана однозначная разрешимость в целом по времени и входным данным неоднородной начально-краевой задачи для одномерных нестационарных уравнений, являющихся обобщением системы Навье – Стокса сжимаемых жидкостей (газов) на случай смесей (многокомпонентных сред); в старших производных (вязких членах) не предполагается каких-либо упрощений, т.е. матрица вязкостей предполагается заполненной (недиагональной).

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Будут распределены научные задачи в рамках пятилетней программы исследований по направлению. В дальнейшем в плане работ будут приведены как общие цели исследований, так и конкретная рассматриваемая проблематика.

Будет разработана методология создания и анализа новых цифровых моделей математических систем (в первую очередь интеллектуальных систем обработки больших данных). При исследовании возможностей цифрового представления математических моделей будут изучены известные вопросы и открытые проблемы, рассматриваемые в рамках теории эффективных нумераций, теории полиномиальных вычислений, интеллектуальных систем дедуктивного вывода, алгоритмических свойств цифровых представлений моделей, вычислимого анализа.

В рамках исследования обобщенной вычислимости планируется получить оценку алгоритмической сложности для множеств, вычисляемых на обобщенных машинах Тьюринга, задаваемых парадигмой нечетких множеств.

В рамках теории эффективных нумераций планируется доказать, что для любого уровня иерархии Ершова любое конечное семейство непересекающихся множеств, содержащее пустое множество, обладает универсальной нумерацией.

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Будут исследованы условия существования и единственности бесконечной сети обслуживающих приборов с локальными взаимодействиями. Эта модель тесно связана с современными пространственными моделями телекоммуникационных сетей. Исследования проводятся совместно с INRIA (Франция) и Техаским университетом в Остине (США).

Планируется совместно с НМИЦ им. Е.Н.Мешалкина провести сравнение эффективности реваскуляризации у двух групп больных, в первой из которых выполнено изолированное бедренно-подколенное шунтирование, а во второй — гибридная процедура бедренно-подколенного шунтирования и стентирования подвздошной артерии. Для этого планируется использовать методы медицинской статистики.

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

Направление: отношения эквивалентности на множестве взаимно однозначных APN-функций.

Вопрос существования взаимно однозначных APN-функций от четного числа переменных остается одним из важнейших открытых вопросов в области векторных криптографических функций. Планируется исследовать возможные отношения эквивалентности на множестве APN-перестановок, а также их взаимосвязь друг с другом. Описание группы автоморфизмов класса взаимнооднозначных APN-функций — одна из фундаментальных задач в этой области, которая поможет решать вопросы классификации и поиска новых представителей.

Направление: исследование свойств конструкции бент-функций с помощью подпространств.

Самый общий способ построить по одной бент-функций другую бент-функцию — изменить ее значения на противоположные на некотором подмножестве. Выбор такого множества — непростая задача. Поскольку класс бент-функций замкнут относительно аффинных преобразований аргумента, то подпространства — один из самых интересных типов этих множеств. Планируется получить конструкции с помощью подпространств для подфункций и надфункций заданной бент-функции, а также бесконечные серии примеров функций, для которых конструкция не работает.

В рамках реализации исследовательской программы ПЗ. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Обзор полученных результатов, определение перспективных направлений исследований.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

На основе идеи скрытых множителей будут разработаны принципиально новые системы шифрования и протоколы алгебраической криптографии, обладающие свойствами семантической секретности и нулевого разглашения. На основе алгебро-геометрического подхода будет разработан древовидный метод кластеризации данных и получены асимптотические оценки нахождения выбросов в исследуемых данных. Будут описаны нильпотентные графовые группы, принадлежащие квазимногообразию, порожденному свободной двуступенно нильпотентной группой.

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Разработка параметризованных алгоритмов для NP-трудных задач дискретной оптимизации. Ожидается получение алгоритмов для задач оптимизации транспорта и обслуживания онтологий, которые будут эффективно решать частные случаи трудных задач, возникающие в приложениях.

Согласно Положению о математическом центре мирового уровня «Математический центр в Академгородке» перечень направлений исследований на 2021 – 2024 гг. и соответствующих им результатов будет определяться на основании открытых конкурсов проектов в 2020 – 2023 гг. в согласовании со следующими целями исследовательских программ Центра.

Программа «Решение математических проблем, возникающих в естествознании» направлена в первую очередь на обеспечение математического сопровождения проектов, выполняемых в рамках программы «Академгородок 2.0», а также на решение других математических задач, возникающих при проведении исследований по прорывным направлениям в естественных науках и по приоритетным направлениям развития науки и технологий Российской Федерации.

Программа «Обработка данных, машинное обучение и криптография» объединяет методы и инструменты для решения задач Big Data, а также направлена на их практическое применение. Целью программы является создание новых математических моделей, получение новых результатов в создании теоретических основ функционирования интеллектуальных цифровых систем, создание и развитие вероятностных методов исследования Big Data, развитие существующих и создание новых криптографических систем. Эта цель, в частности, будет обеспечиваться за счет привлечения специалистов из различных областей математики для практического применения в цифровой трансформации экономики Российской Федерации.

Целью реализации программы «**Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений**» является концентрация усилий в наиболее перспективных направлениях исследований по созданию эффективных алгоритмов и в теории сложности вычислений и объединение усилий специалистов из различных областей математики для их решения.

В 2020 году:

В рамках реализации исследовательской программы П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»

П_1.19.1. Геометрические аспекты математической физики.

С каждой бильярдной траекторией внутри выпуклой гладкой кривой на плоскости можно ассоциировать разностный оператор второго порядка следующим образом. В моменты n -го, $(n+1)$ -го и $(n+2)$ -го столкновения с границей возникают три линейно зависимых радиус-вектора на плоскости. Коэффициенты линейной зависимости задают разностный оператор второго порядка (коэффициент при старшем сдвиге равен единице). Например, для любой бильярдной траектории внутри окружности коэффициенты оператора постоянны. Для периодической траектории возникает оператор с периодическими коэффициентами. Следовательно, по конструкции Кричевера возникает спектральная кривая, которая параметризует блоховские собственные функции оператора. Мы планируем исследовать указанный оператор. На первом этапе планируется исследовать оператор в случае, когда бильярдный стол является эллипсом. В частности, мы планируем выяснить, для каких траекторий этот оператор является алгебро-геометрическим, т.е. коммутирует с некоторым разностным оператором высокого порядка.

Планируется доказать гипотезу Дубровина – Жанга о наличии полиномиальной бигамильтоновой структуры в иерархиях топологического типа, соответствующих однородным кохомологическим теориям поля. План доказательства этой гипотезы состоит в следующем:

А. Доказать наличие бигамильтоновой структуры для DR-иерархий уравнений в частных производных эволюционного типа с одной пространственной переменной. DR-иерархия уравнений строится по произвольной кохомологической теории поля (введена А. Буряком в работе «Double ramification cycles and integrable hierarchies», Communications in Mathematical Physics 336 (2015), no. 3, 1085–1107.).

В. Доказать гипотезу А. Буряка о том, что DR-иерархия и иерархия топологического типа связаны полиномиальной заменой переменных. В работе А. Buryak, J. Guere, P. Rossi «DR/DZ equivalence conjecture and tautological relations», arXiv:1705.03287 (принята к публикации в журнале Geometry and Topology) эта гипотеза сведена к геометрическому утверждению об определенных соотношениях в кохомологиях пространства модулей алгебраических кривых. Отсюда будет следовать гипотеза Дубровина – Жанга.

Будет доказана локальная теорема существования и единственности для контактного разрыва в двумерной релятивистской МГД идеальной сжимаемой жидкости при выполнении условия Рэлея–Тейлора в каждой точке начального разрыва.

Будет найдено необходимое и достаточное условие корректности линеаризованной задачи со свободной границей плазма-вакуум в идеальной несжимаемой МГД с учетом ненулевого тока смещения в вакууме.

Будет найдено необходимое и достаточное условие корректности линеаризованной задачи со свободной границей плазма-вакуум в идеальной несжимаемой МГД с учетом ненулевого тока смещения в вакууме. Будет получена базовая априорная оценка в пространствах Соболева решений этой линеаризованной задачи при выполнении найденного условия корректности.

Будет доказана устойчивость свободной границы плазма-вакуум для уравнений МГД идеальной сжимаемой жидкости с учетом поверхностного натяжения в смысле наличия априорной оценки в весовых анизотропных пространствах Соболева решений соответствующей линеаризованной задачи.

П_1.19.2. Теория оптимального управления.

Применение базовых результатов к решению ряда открытых вопросов геометрического анализа, а также их дальнейшее развитие.

В области геометрии будут исследованы свойства кривых через интегральную кривизну: если таковая конечна, то кривая спрямляема, и, кроме того, интегральная кривизна кривой совпадает с пределом интегральных кривизн вписанных ломаных при условии, что их вершины неограниченно сгущаются на кривой.

В геометрической теории управления и субримановой геометрии будут найдены нормальные геодезические левоинвариантных (суб)финслеровых и (суб)римановых метрик на некоторых группах Ли с помощью построения векторных полей специального вида, а также установлена локальная формула коплощади для модельных примеров отображений на классах неголономных структур. На этих же структурах с помощью найденных свойств мы получим априорные оценки на однородную часть оператора типа Хёрмандера, образованного векторными полями малой гладкости. Будут решены задачи о существовании горизонтальных кривых с определенными аналитическими характеристиками

на группах Карно и их обобщениях (в том числе, оптимальные оценки количества звеньев в теореме Рашевского – Чоу). Будут описаны симплектическое слоение и функции Казимира для двухступенных свободных нильпотентных групп Ли. Для левоинвариантных задач быстродействия на этих группах Ли будут описаны алгебры интегралов. Будет исследована задача быстродействия для левоинвариантной управляемой системы на группе движений плоскости с управлением в полукруге. Планируется полное исследование вопроса управляемости и существования оптимальных траекторий, а также нахождение экстремальных траекторий и построение изображения волновых фронтов. Мы исследуем задачу быстродействия для кинематической модели колесного робота с прицепом при ограничении управления на квадрат. Эта задача равносильна субфинслеровой задаче в четырехмерном пространстве. С помощью методов выпуклой тригонометрии планируется получить описание экстремальных управлений при различных связках робота и прицепа. Будет исследоваться коприсоединенное представление для свободных групп Карно. Будет получена теорема о структуре симплектического слоения на соответствующей коалгебре Ли. Это позволит вычислять функции Казимира, важные для изучения вопросов интегрируемости гамильтоновых систем, возникающих в левоинвариантных задачах оптимального управления на группах Карно.

В области гипоеллиптических уравнений мы исследуем возможность полиномиального выражения коэффициентов диагональной асимптотики ядра оператора теплопроводности для субриманова многообразия через несколько первых. Будет также исследована суммируемость обобщенных горизонтальных производных слабого решения невырожденного сублапласиана $-\operatorname{div}h((\mu^2+|\nabla_0 u|^2)(v-2)/2\nabla_0 u)=0$, $\mu > 0$, на некоторых примерах двуступенчатых групп Карно.

В области квазиконформного анализа и приложений мы введем понятие квазиконформного отображения абстрактных поверхностей с финслеровой метрикой на трех языках: метрическом, аналитическом и геометрическом, и докажем их эквивалентность. Будет изучена аппроксимация почти квазиконформных отображений интегральными средними соболевского вида. Исследуемый новый класс весовых отображений с (q,p) -ограниченным искажением будет сравнен с существующими классами отображений. Для отображений с весовым ограниченным (q,p) -искажением будет установлена стабильность граничного поведения гомеоморфизмов при слабой сходимости и получены некоторые применения этих результатов к нелинейной теории упругости. Для этих же классов будут решены вопросы равностепенной непрерывности семейств отображений.

В теории пространств Соболева мы опишем классы Соболева функций, принимающих значения в семействе банаховых пространств. Будут также установлены универсальный аналог теорем Морса – Сарда – Дубовицкого – Федерера для соболевских классов отображений и формула коплощади в предельном случае.

В геометрической теории операторов планируется исследовать подкласс аффинных триангуляций Делоне конечного множества точек на плоскости и в пространстве. Предполагается построить параметризацию множества триангуляций этого подкласса и разработать алгоритмы решения вариационных задач в классе аффинных триангуляций Делоне с целью построения триангуляций с наперед заданными оптимальными геометрическими характеристиками. Следует отметить, что указанная параметризация позволит строить эффективные алгоритмы решения задач на минимум в классе триангуляций конечного множества точек, не прибегая к простому перебору триангуляций. Решение этой задачи особенно актуально, если заметить, что общее число триангуляций растет экспоненциально от мощности множества точек.

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

Направления: разработка и реализация на суперЭВМ численного метода решения двумерной коэффициентной обратной задачи восстановления плотности, скорости распространения волн и акустического поглощения для гиперболической системы акустики (динамическая и частотная области); разработка и обоснование методов идентификации математических моделей тепломассопереноса; исследование локальных неоднородностей заболеваемости на точность прогноза в моделях эпидемии туберкулеза.

Ожидаются следующие результаты.

Будут исследованы оптимальные параметры наполнителя для увеличения разрешающей способности акустической томографии.

Будет решена задача об источнике акустических волн в двумерном случае и даны рекомендации по выбору частоты, амплитуды, типа (импульс Рикера, аперриодический импульс, импульс Пузырева и т.д.), диаграмм направленности для увеличения разрешающей способности акустической томографии.

Будут созданы и обоснованы методы решения задачи продолжения нестационарного теплового поля с данными на части времениподобной границы.

Будет получена оценка влияния локальных неоднородностей заболеваемости на точность прогноза общей территориальной заболеваемости различными методами в моделях эпидемии туберкулеза.

Будет разработана методика использования универсального проксимального зеркального спуска и универсального (адаптивного) аналога метода Ю.Е. Нестерова для бесконечномерных задач, в частности дифференциальных игр.

Направление: численные и аналитические методы в спектральных задачах для уравнения Шредингера на графах.

Ожидаемые результаты: разработка алгоритма конструирования рассеивающего потенциала для требуемых данных рассеяния.

Направления: геометрические и топологические методы в математическом моделировании физических процессов в пористых средах; геометрические методы в теории обратных задач, интегрируемые динамические системы.

Ожидаются следующие результаты. Построение модели спекания сорбента на основе оксида кальция, моделируемого случайными упаковками сфер одинакового радиуса с учетом образования карманов в процессе спекания методами персистентных гомологий. Оценка влияния карманов на потерю удельной поверхности пористой среды в процессе спекания. Решение задачи восстановления структуры пор по данным процесса спекания сорбента. Определение уравнения на риманову метрику на двумерном торе, необходимого и достаточного для того, чтобы риманов тор допускал неприводимое киллингово тензорное поле валентности 3. Доказательство несуществования нетривиальной римановой метрики с конечным рядом Фурье в глобальных изотермических координатах, допускающей неприводимое киллингово тензорное поле валентности 3.

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы.

Направление: краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений.

Ожидаются следующие результаты. Будут получены энергетические оценки для классов обобщенногиперболических операторов соболевского типа с переменными коэффициентами во всем пространстве и доказаны теоремы об однозначной разрешимости классов обобщенногиперболических уравнений соболевского типа в соболевских пространствах. Будут получены условия разрешимости классов обобщенногиперболических уравнений соболевского типа в специальных весовых соболевских пространствах.

На основе построенных регуляризаторов будут доказаны теоремы об изоморфизме, нетеровости и фредгольмовости классов матричных квазиэллиптических операторов с постоянными коэффициентами в весовых пространствах соболевского типа.

Будет развита конструкция регуляризаторов для общих краевых задач для классов квазиэллиптических систем в полупространстве, обобщающая специальную конструкцию регуляризаторов, построенную в работах авторов проекта в скалярном случае. На основе этой конструкции будут установлены условия разрешимости краевых задач для некоторых классов квазиэллиптических систем в соболевских пространствах.

Будут получены результаты о разрешимости краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений с вырождением, в том числе вырождающихся уравнений с дробной производной. Будут получены результаты о разрешимости нелокальных краевых задач для уравнений составного типа с квазигиперболическим оператором в старшей части.

Направление: обратные задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений.

Ожидаются следующие результаты. Будут получены результаты о разрешимости линейных обратных коэффициентных задач для вырождающихся параболических уравнений, а также уравнений смешанного типа. Будут получены результаты о разрешимости обратных задач нахождения вместе с решением дифференциальных уравнений соболевского типа также неизвестных граничных режимов.

Направление: асимптотические свойства решений дифференциально-разностных и интегро-дифференциальных уравнений.

Ожидаются следующие результаты. Будут получены условия устойчивости периодических решений систем нелинейных разностных уравнений с периодическими коэффициентами на основе специальных краевых задач для систем дискретных уравнений Ляпунова.

Будут получены условия экспоненциальной дихотомии систем разностных уравнений с почти периодическими коэффициентами. Будут получены условия устойчивости периодических решений нелинейных разностных уравнений.

Будут установлены условия асимптотической устойчивости стационарных решений систем нелинейных дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами в линейных членах и переменным запаздыванием. Будут получены оценки решений, характеризующие скорость убывания на бесконечности, будут построены области притяжения.

Будут получены условия экспоненциальной дихотомии систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с постоянными коэффициентами и постоянным запаздыванием. Будут доказаны теоремы о возмущении.

Направление: краевые задачи для упругих тел с тонкими включениями и трещинами.

Ожидаются следующие результаты. Будут найдены условия сопряжения в задаче о равновесии двумерного упругого тела с двумя слабо искривленными тонкими включениями при наличии отслоений.

Направление: неоднородные краевые задачи для уравнений типа Навье –Стокса сжимаемых многокомпонентных сред.

Ожидаются следующие результаты. Будет доказана стабилизация решения неоднородной начально-краевой задачи для одномерной нестационарной системы уравнений типа Навье – Стокса сжимаемых многокомпонентных сред с недиагональной матрицей вязкостей к решению соответствующей стационарной задачи. Будут получены необходимые равномерные по времени оценки для решения начально-краевой задачи.

Направление: ветвление решений нелинейных дифференциальных и операторных уравнений.

Ожидаемые результаты: будут исследованы асимптотические и групповые свойства уравнений разветвления Ляпунова – Шмидта для решений фредгольмовых операторных уравнений с малыми параметрами, допускающих нетривиальную группу симметрий.

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Будет укреплено научное сотрудничество с ведущими исследовательскими центрами в рамках направления. Будет исследован вопрос о применимости современных методов математической логики для моделирования интеллектуальных систем человеко-машинного взаимодействия.

В рамках теории вычислений, производящихся с ограниченными ресурсами, планируется получить критерий существования пунктуального (примитивно рекурсивного) представления для наследственно конечной списочной надстройки над произвольными алгебраическими структурами. Будет изучен вопрос о пунктуальной категоричности для данного класса надстроек.

В рамках исследования алгоритмических свойств цифровых представлений моделей планируется получить оценку сложности индексного множества автоустойчивых вещественно замкнутых полей.

В рамках теории эффективных нумераций планируется получить обобщение конструкции А.Х. Лахлана из результата о существовании универсальной нумерации для любого конечного семейства вычислимо перечислимых множеств на случай разностной иерархии.

В рамках вычислимого анализа планируется изучить решеточные свойства упорядочения степеней вычисляемых метрик в польском пространстве с фиксированным счетным плотным множеством относительно вычислимой сводимости, кроме того, установить эффективную бесконечность класса вычисляемых метрик на вещественной прямой относительно слабой сводимости.

В рамках разработки интеллектуальных систем дедуктивного вывода планируется продолжить изучение структуры решеток расширений модальных интуиционистских логик.

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Будут изучены асимптотические свойства ряда характеристик направленных случайных классов из широкого класса моделей, включающих графы Барака – Эрдеша. Исследования будут проводиться совместно с коллегами из Франции и Великобритании.

В частности:

1. Будет изучена точная асимптотика вероятностей умеренно больших отклонений максимального веса пути в направленном графе Барака – Эрдеша случайными (вообще говоря, знакопеременными) весами ребер при предположении о наличии конечного показательного момента у общего распределения этих весов. Планируется завершить исследования в феврале – марте 2020 года и в июне – августе 2020 года подготовить текст статьи к отправке в журнал.

2. Будут изучены аналитические свойства скорости роста максимального веса пути в некотором параметрическом семействе направленных графов и получен ряд свежих интересных утверждений. Планируется завершить исследования в марте – апреле 2020 года и подготовить текст статьи к отправке в журнал до июня 2020 года.

3. Будут изучены асимптотические свойства минимальной длины пути в классах направленных графов с затухающими вероятностями существования ребер.

Планируется доказать теоремы о точности аппроксимации различных статистик в бесконечной урновой схеме аналогичными статистиками в схеме с пуассонизацией. Также планируется доказать теоремы об асимптотике эмпирического моста, построенного по регрессорам линейной модели, при множественном упорядочении по регрессору.

Предполагается усилить имеющиеся методы и подходы к исследованию асимптотики условных и безусловных распределений случайных процессов до момента их выхода за некоторую границу, которая может зависеть от времени, и применить эти общие результаты к изучению новых классов задач. В первую очередь нас интересуют точные асимптотики для вероятностей того, что момент выхода такого процесса за данную границу произойдет позже некоторого растущего момента времени.

Планируется совместно с НМИЦ им. Е.Н.Мешалкина продолжить исследования в области сосудистой хирургии.

Планируется совместно с Институтом химической биологии и фундаментальной медицины СО РАН проводить исследования в области разработки способов диагностики некоторых видов рака методами секвенирования нового поколения.

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

Направление: характеристика взаимно однозначных, квадратичных и скрюченных APN-функций через множества значений их производных. Одна из возможных характеристик APN-функции формулируется через свойства ее производных. Так, функция является почти совершенно нелинейной тогда и только тогда, когда ее производная по любому ненулевому направлению является 2-в-1 функцией. Планируется исследовать свойства множеств значений таких производных, в том числе определить, в каком случае произвольное множество из 2^{n-1} попарно различных векторов может являться множеством значений производной соответствующей функции, и в каком случае набор $2^n - 1$ таких множеств может являться дифференциальным набором APN-функции (в частности, взаимно однозначной, квадратичной или скрюченной).

Направление: генераторы псевдослучайных последовательностей.

Исследование генераторов, основанных на регистрах сдвига с нелинейными обратными связями – исследование циклической структуры, сложности порождаемых последовательностей. Детально будут изучены фильтрующая и комбинирующая модели поточных генераторов и проработаны идеи для будущих конструкций собственных генераторов.

Направление: SAT-решатели в криптографии.

Разработка и реализация языка, направленного на перевод алгоритма симметричного шифрования на язык SAT-решателя. Анализ современной базы SAT-решателей. Проведение криптоанализа поточных шифров на основе SAT-решателей.

Направление: разработка криптографического протокола сокрытия информации.

На основе проведенного анализа алгоритмов сокрытия информации предполагается выявить недостатки существующих криптографических протоколов. Исходя из требований к протоколам, используемым в блокчейн-системах, планируется разработать новый алгоритм, решающий проблему конфиденциальности.

Направление: блокчейн-технологии.

Будут выделены ключевые характеристики технологий распределенного реестра, распределенных систем и блокчейна. Эта задача актуальна в связи с тем, что в настоящий момент отсутствует стандартизация в данной области. Также планируется описать алгоритм взаимодействия различных блокчейн-сетей, используемый для сценария залогового удержания. На сегодняшний день проблема взаимодействия блокчейнов является одной из главных в данной сфере. Будет предложен новый алгоритм, основанный на механизме hash-locking механизме и расширяющий идею «атомарного обмена» для сценария залогового удержания.

Направление: самодуальные обобщенные бент-функции и их метрические свойства.

Регулярная обобщенная булева функция называется самодуальной, если она совпадает со своей дуальной. Планируется найти необходимые и достаточные условия самодуальности обобщенных булевых функций из класса Мэйорана – МакФарланда. Планируется исследовать самодуальные обобщенные бент-функции, симметричные относительно двух переменных, а также исследовать вопрос существования самодуальных аффинных обобщенных бент-функций. Продолжение направления 2019 года: полное описание группы автоморфизмов множества самодуальных бент-функций и характеристикация всех изометричных отображений множества булевых функций от n переменных в себя, сохраняющих отношение Рэля каждой булевой функции. Исследование изометричных отображений множества булевых функций от n переменных в себя, сохраняющих максимальную нелинейность и расстояние между каждой бент-функцией и дуальной к ней.

Направление: изучение метрических свойств различных семейств кодов.

Планируется исследовать метрические дополнения и метрическую регулярность семейств кодов, представляющих интерес для криптографии и теории кодирования (коды Рида – Маллера, коды БЧХ). Предполагается подготовить обзор результатов в области метрически регулярных множеств в дискретных метрических пространствах.

В рамках реализации исследовательской программы ПЗ. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Доказать, что 3-замыкание разрешимой группы подстановок разрешимо.

Установить аналог классической теоремы Холла для π -разрешимых ассоциативных схем.

Доказать, что за конечным числом возможных исключений каждая циклотомическая схема над конечным полем определяется с точностью до изоморфизма своим тензором 2-мерных чисел пересечений.

Изучение 3-порожденных подалгебр в алгебрах Матцуо, где порождающие элементы являются суммами двух ортогональных идемпотентов.

Вычислить базис Грёбнера – Ширшова универсальной ассоциативной обертывающей конформной алгебры уровня локальности 3 для конформной алгебры петель. Найти тождества алгебр Новикова, необходимые и достаточные для существования универсальной коммутативной конформной обертывающей.

Описать все разложения алгебры матриц третьего порядка в прямую сумму двух подалгебр.

Найти полное множество определяющих соотношений для свободной алгебры Пуассона как конформного модуля над конформной алгеброй петель от свободной алгебры Ли.

Доказать, что пронильпотентная группа, в которой все элементы обладают счетными правоэнгелевыми стоками, локально нильпотентна.

Доказать, что проконечная группа, в которой все элементы обладают счетными правоэнгелевыми стоками, является расширением конечной группы с помощью локально нильпотентной.

Перечисление отмеченных остовных лесов и деревьев в n -листных циклических накрытиях графа, нахождение асимптотики функции сложности и изучение ее арифметических свойств.

Установить взаимосвязь условий конечности и слабого условия отделимости для самоподобных множеств. Получить критерий односвязности фрактальных континуумов с конечным пересечением. Получить условия изоморфизма фрактальных континуумов с конечной самоподобной границей.

Описать все DCI-группы порядка $32p$, где p – простое число. Найти первые примеры бесконечных серий нециклических DCI-групп, порядок которых имеет не менее шести простых делителей (с учетом кратностей).

Построить новые семейства целочисленных графов с помощью дуального переключения Зейделя на основе графов Кэли на симметрической группе, а также на основе семейства нечетных графов, в том числе, получить новые целочисленные 4-регулярные графы. Обобщить понятие дуального переключения Зейделя, привести примеры новых целочисленных графов, полученных на основе частных случаев графов Джонсона и Хэмминга.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

Будет разработана интерактивная схема шифрования алгебраической криптографии, основанная на трудной разрешимости проблемы вхождения в конечно порожденные подгруппы групп. Будет доказано, что проблема дискретного логарифма в группах точек эллиптических кривых над конечными полями генерически трудноразрешима, при условии ее трудной разрешимости в худшем случае. Для задачи кластеризации данных будет применен критерий схожести алгебраических систем на основе принадлежности их к одному универсальному классу. Будут классифицированы графовые группы из квазимногообразия, порожденного свободной нильпотентной группой степени нильпотентности 3.

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Доказательство нижних оценок трудоемкости точных параметризованных алгоритмов. Ожидаются оценки возможностей для улучшения как полученных нами, так и уже известных алгоритмов.

Общие результаты в рамках Математического центра в Академгородке.

На основании международного конкурсного отбора заявок на исследовательские проекты в рамках программ П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании», П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография», П3. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений», проводимого в срок с 30 июня по 31 августа 2020 г., а также экспертизы представленных

заявок Международным экспертным советом Центра не позднее 31 октября 2020 г. будет определен список поддержанных для реализации в 2021 году заявок.

Не позднее 30 ноября будут представлены предложения по корректировке списка научных направлений Центра на 2021 г., а также перечня ожидаемых в 2021 г. результатов.

Согласно Положению о математическом центре мирового уровня «Математический центр в Академгородке», в конце 2020 года проведён открытый конкурс проектов, результаты которого подвёл Международный экспертный совет (<https://www.nsu.ru/n/mca/governance/mezhdunarodnyy-ekspertnyy-sovet/>) 15 января 2021 года. В связи с этим в перечне исследовательских программ и проектов в рамках исследовательских программ произошли изменения.

Программа «Физико-математическое моделирование технологических процессов» направлена в первую очередь на обеспечение трансляции разрабатываемых фундаментальных математических знаний в решение реальных задач и обеспечение связи другими отраслями науки, а также с реальным сектором экономики. Проекты, реализуемые в рамках этой программы, будут направлены на математическое сопровождение проектов, выполняемых в рамках «Академгородок 2.0», а также на решение других математических вызовов, возникающих при проведении исследований по прорывным направлениям в естественных науках, по приоритетным направлениям развития науки и технологий Российской Федерации и по запросам реального сектора.

Проекты исследовательской программы «Задачи классификации в математике и теоретической информатике» ориентированы на изучение задач направленных на выстраивание алгебро-логических и комбинаторных связей (изоморфизмов, отображений, классов эквивалентности и т.д.) между различными абстрактными объектами (в том числе и из сферы IT-технологий). Такие задачи являются теоретическим основанием для разработки алгоритмов, оценки их трудоёмкости, задач, связанных с машинным обучением.

Целью реализации программы «Математические основания физики» направлены на развитие направлений, в основании которых лежали запросы физики, а также на возвращение полученных знаний в физику с целью получения новых гипотез и физических теорий.

В 2021 году:

В рамках реализации исследовательской программы П4 «Физико-математическое моделирование технологических процессов»

П_4.21.1. Пространственные динамические стохастические процессы

Направления исследований: стохастические системы и сети связи и обслуживания, стохастическая геометрия, проводная и беспроводная связь, стабильность, редкие события, риск, легкие и тяжелые хвосты, обобщенный процесс восстановления, ветвящееся случайное блуждание, реальные данные и вероятностные модели, статистические тесты, линейная регрессия, взвешенный эмпирический регрессионный процесс, статистические методы диагностики в медицине.

Ожидаемые результаты: введение различных классов новых пространственных динамических стохастических моделей и разработка новых вероятностных и статистических методов их анализа; применение современных статистических тестов к реальным данным в медицинских исследованиях. Планируется:

1. Разработка методов получения оценок скоростей сходимости к предельному распределению в бесконечномерном пространстве состояний и, в частности, получение соответствующих оценок в случае бесконечномерной сети на решетке.
2. Получение условий устойчивости и верхних/нижних границ для моментов в симметричном пространственном процессе рождения-гибели-миграции. Изучение условий слабой монотонности и построения “каплинга из прошлого” в модели с пуассоновским дождем клиентов на неограниченном евклидовом пространстве и с локальными взаимодействиями сервисов, являющейся континуальным аналогом дискретной модели на бесконечной решетке из работы A. Sankararaman, F. Vaccelli и S. Foss 2019 г.

3. Получение условий стабильности в сети ALOHA с непрерывным пространством состояний и централизованными протоколами с использованием мерозначных жидкостных пределов. Получение условий устойчивости в направленной линейной сети ALOHA с конечным числом серверов и различными децентрализованными протоколами.
4. Изучение подходов к получению вероятностей редких событий на возрастающих временных интервалах в сети с серверами, расположенными на решетке, и пуассоновскими входными потоками. Получение логарифмической асимптотики хвостовых и локальных вероятностей редких событий для стационарного распределения числа сообщений в одном канале ALOHA и в конечной сети типа ALOHA с направленными взаимодействиями и централизованными протоколами для различных типов распределений (с тяжелыми или легкими хвостами).
5. Рассмотреть обобщенный процесс восстановления с маркерами, принимающими значения в евклидовом пространстве, который обрывается после случайного числа моментов восстановления, имеющих геометрическое распределение. Установить принцип больших уклонений для траекторий этого процесса.
6. Найти точную хвостовую асимптотику для (частичного) супремума ветвящегося случайного блуждания в случае, когда конечное число ветвей почти наверняка является конечной случайной величиной с конечным средним.
7. Провести исследования в области теоретического моделирования и анализа возникающих рисков в страховании (перестраховании).
8. Рассмотреть модель линейной регрессии с одним неизвестным параметром. Построить самый общий WRE-процесс и задать его специальным образом на одном вероятностном пространстве с сопровождающим гауссовским процессом. Получить оценку для точности аппроксимации, которая должна явно зависеть от всех чисел, управляющих этим WRE-процессом. Найти и исследовать случаи, когда одномерный сопровождающий гауссовский процесс (или его предел) является либо броуновским мостом, либо его распределение не зависит от регрессоров. В частности, получить функциональную центральную предельную теорему для одномерных WRE-процессов. Получить функциональные центральные предельные теоремы для многомерного пуассоновского потока с переменной интенсивностью, которая известна только с точностью до ее параметров.
9. Окончить работу по анализу данных, полученных методом массового параллельного секвенирования, об аберрантном метилировании цитозинов в динуклеотидах CpG промоторных областей определенных генов отдельных молекул циркулирующей ДНК (cirDNA) в плазме крови.

П_4.21.2. Обратные задачи в естественных науках

Направления исследований: обратные и некорректные задачи, численные методы, задачи продолжения, условная устойчивость, рандомизация, стохастические алгоритмы, сингулярное разложение, линейные решатели, стохастическое фазовое восстановление, рентгеновская томография, Байесовский подход, вычислительная и прикладная геометрия и топология, эволюция пористых материалов, геотомография, иммунология, эпидемиология.

Ожидаемые результаты: развитие теории и численных методов приложений обратных и некорректных задачах в томографии, физике, химии, геофизике, экономике, эпидемиологии, иммунологии, социальных науках; создание и обоснование новых методов регуляризации обратных задач, алгоритмов стохастического моделирования для решения интегральных и дифференциальных уравнений в частных производных со случайными параметрами большой размерности. Планируется:

1. Разработка новых прямых методов решения коэффициентных обратных задач на основе подхода Гельфанда – Левитана – Крейна.
2. Разработка численного метода решения задачи продолжения в приложении к морской экологии.

3. Будет доказано, что распространение электрического волнового поля в гетерогенной среде в трехмерном пространстве иногда может хорошо управляться одним уравнением в частных производных, полученным из уравнений Максвелла. Соответствующая составляющая электрического поля доминирует над двумя другими составляющими. Это хорошо согласуется с уже полученными результатами, численными расчетами и электромагнитными данными.
4. Будет исследована обратная задача определения неизвестной пространственной нагрузки в затухающем уравнении пучка Эйлера – Бернулли по дополнительной информации о смещении в финальный момент времени. Для однозначного решения обратной задачи будет введен коэффициент демпфирования.
5. Для системы уравнений электродинамики будет исследована обратная задача об определении анизотропной проводимости в случае, когда проводимость описывается диагональной матрицей, а диэлектрическая и магнитная проницаемости среды являются положительными постоянными. Для определения искомым функций задается дополнительная информация о векторе электрической напряженности поля на границе исследуемой области. Исходная задача будет сведена к трем задачам рентгеновской томографии.
6. Исследование одномерных обратных задач для связанных уравнений электродинамики и акустики или упругости. Получение новых теорем единственности и условной устойчивости для рассматриваемых задач.
7. Разработка методов численной регуляризации для решения математических моделей эпидемиологии, а также алгоритмов, основанных на сочетании стохастического и градиентного методов, с целью повышения точности решения обратных задач.
8. Прогнозирование распространения эпидемии на основе анализа данных с помощью объединения классических языков программирования с вероятностным моделированием и машинного обучения.
9. Вычисление эволюции пористого пространства в процессе спекания методами фазово-полевого подхода. В этом подходе будет задействована химическая реакция между CaO и CO_2 , которая здесь является новой. Будут предложены алгоритмы расчета микрохарактеристик сред через локальную структуру пористого пространства (тип и параметры поровой системы).
10. Разработка новых методов стохастического моделирования для решения линейных систем экстремальной размерности, основанных на преобразовании исходных больших матриц в стохастические матрицы.
11. Построение методов случайной проекции на основе теорем о концентрации меры. В частности, лемма Джонсона – Линденштраусса будет распространена на случайные матрицы специальной структуры.
12. Будут разработаны методы случайных блужданий для решения нелинейного уравнения Больцмана, управляющего электронными взаимодействиями в полупроводниковых материалах.
13. Для решения обратных задач дифракции рентгеновских лучей будут использоваться методы общего статистического вывода и байесовского вывода.

В рамках реализации исследовательской программы П5 «Задачи классификации в математике и теоретической информатике»

П_5.21.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

Направления исследований: новая теория онлайн-вычислений, проблемы классификации в математике и теоретической информатике, теоретические методы, основанные на теории определимости и приоритетных конструкциях.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Показать, что некоторые представления поля алгебраических вещественных чисел, известные в литературе по компьютерной алгебре, являются RTIME -эквивалентными (относительно подходящих формальных определений). Также будет проведено сравнение понятия RTIME -представимой структуры и RTIME -представимой фактор-структуры.
2. Найти «корректное» понятие примитивно рекурсивной функции на вещественных числах и на некоторых функциональных пространствах. Это понятие будет применено для доказательства примитивной рекурсивности некоторых проблем в линейной алгебре и анализе.
3. Найти примитивно рекурсивный вариант теоремы овычислимости вещественного замыкания вычислимого упорядоченного поля. Ожидается, что по меньшей мере будет получен некоторый частичный результат.
4. Продолжить исследование связей между сводимостями из вычислимого анализа и преобразованиями, известными из литературы по онлайн-алгоритмам.
5. Применить семантический анализ новостного потока для разделения временного ряда на локально эргодические сегменты в концепции марковской модели переключений. Далее планируется применить это разделение для эффективного бэггинга эргодических моделей предсказаний, таких как модель долгой краткосрочной памяти (LSTM) и интегрированной модели авторегрессии скользящего среднего (ARIMA).
6. Изучить количественную модель влияния систематической ошибки выжившего на образование статистического распределения цен на услуги и товары, размещенные в свободном доступе.
7. Доказать, что тонкая иерархия арифметических k -разбиений не схлопывается. Также планируется получить теоретико-множественную характеристику, обобщающую описание для случая множеств $k = 2$.
8. Применить теорию вычислимости к получению точных оценок проблем классификации и распознавания для компактных поверхностей с точностью до гомеоморфизма.
9. Исследовать вычислимую сводимость для метрик на различных компактных и некомпактных польских пространствах. В частности, будут исследованы элементарные свойства соответствующих структур степеней. Ожидается построение примера пространства, для которого порядок c -степеней произвольных метрик на этом пространстве не образует нижнюю полурешетку.
10. Развить теорию степеней learning-сложности для классов вычисляемых структур. В частности, планируется исследование того, какие тьюринговы степени могут быть learning-низкими.
11. Изучить степени алгоритмической сложности поля вещественных чисел и различных функциональных структур (модели Ершова – Скотта нетипизированного лямбда-исчисления, структур функционалов конечных типов и т.д.). В частности, планируется исследование проблемы эффективной интерпретируемости над полем вещественных чисел для структур типизированного лямбда-исчисления, используемых в математической лингвистике.
12. Построить серию допустимых структур A в каждой мощности, для которых существует негативная вычисляемая нумерация семейства всех A -в.п. множеств, но не существует позитивной такой нумерации.
13. Развить общую теорию би-интуиционистских модальных логик, родственную теории интуиционистских модальных логик, в части определения базовых модальных логик и их реляционных семантик, а также доказательства соответствующих результатов о полноте. Также планируется рассмотреть некоторые фундаментальные свойства, такие как свойство конечных моделей и разрешимость.

П_5.21.2. Аксиальные алгебры и связанные с ними группы

Направления исследований: неассоциативные алгебры, идемпотенты, алгебра Грися, алгебры Майорана, аксиальные алгебры, алгебры Йорданова типа, алгебры Мацуо, инволюции, группа Монстр, конечные простые группы, группы 3-транспозиций, группы 6-транспозиций

Ожидаемые результаты: планируется изучение 4-порождённых примитивных аксиальных алгебр Йорданова типа, изучение 3-порождённых групп 6-транспозиций и поиск новых примеров аксиальных алгебр среди известных классов неассоциативных алгебр.

П_5.21.3. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Направления исследований: дискретные алгебраические структуры и проблема изоморфизма, развитие теории графов с высокой регулярностью, изучение топологической кристаллографии и самоподобных континуумов, эквивалентность узлов и изоморфизм квандлов.

Ожидаемые результаты:

1. Направление I. Дискретные алгебраические структуры и проблема изоморфизма. Планируется:
 - a. Изучить композиционную ширину m -замыкания примитивных групп подстановок.
 - b. Решить проблему 2-замыкания групп ранга 3 за полиномиальное время; основным инструментом здесь является недавнее описание 2-замыкания групп ранга 3.
 - c. Определить наименьшее m такое, что каждое подстановочное представление данной абелевой группы было m -замкнутым.
 - d. Доказать, что если G – конечная простая группа, то каждое нормальное и замкнутое относительно обращения подмножество группы G обладает CI -свойством.
 - e. Характеризовать WL -размерность группы в терминах кольца Шура над прямой степенью рассматриваемой группы.
 - f. Доказать, что существует алгоритм, который для данной степени знакопеременной группы выдает набор порядков ее элементов за время, полиномиальное от длины этого набора, тогда как, учитывая тип, ранг и порядок основного поля простой группы лиева типа, она порождает то же множество по времени, квазиполиномиальному от своей длины.
2. Направление II. Развитие теории графов с высокой регулярностью. Планируется:
 - a. Характеризовать связные графы Деза не более чем с тремя различными абсолютными значениями его собственных значений.
 - b. Доказать, что любой сингулярный (имеющий нулевое собственное значение) сильный граф Деза является целочисленным графом с четырьмя различными собственными значениями.
 - c. Получить классификацию циркулянтов Деза WL -ранга 4 и оценить их WL -размерность.
3. Направление III. Изучение топологической кристаллографии и самоподобных континуумов. Планируется:
 - a. Построить и классифицировать абелевы накрытия над заданным конечным графом, называемым топологическим кристаллом. Для этого класса объектов найти точные аналитические формулы для количества остовных деревьев и лесов на них.
 - b. Установить связь между различными свойствами конечности самоподобных множеств, особенно в случае самоподобных дендритов.
 - c. Исследовать основные типы попарных пересечений копий таких дендритов на плоскости и доказать существование самоподобных дендритов в R^n , $n > 2$ с бесконечным порядком ветвления.
 - d. Доказать теорему жесткости для самоаффинных жордановых дуг.
4. Направление IV. Эквивалентность узлов и изоморфизм квандлов. Планируется
 - a. Классифицировать конечные квандлы со связными подквандлами.

П_5.21.4. Криптография и информационная безопасность

Направления исследований: устойчивость современных шифров к различным типам криптоанализа, криптографические булевы функции и APN-функции, квантовые вычисления и криптография, SAT-решатели для криптоанализа, коды и метрически регулярные множества, технологии блокчейн.

Ожидаемые результаты: решение математических задач создания стойких шифров и их компонент, развитие методов криптоанализа, доказательство устойчивости криптосистем, разработка криптографических протоколов, применяемых в технологиях блокчейн, создание систем для эффективных вычислений в обычном и квантовом смысле. Планируется

1. Получить математический результат, который ограничивает дифференциальную вероятность двух ARX-операций, где либо один вход предоставляется двум ARX-операциям, либо выход одной ARX-операции связан со следующей ARX-операцией. Это потребует разработки нового математического подхода, поскольку в настоящее время непонятно, как анализировать эту конструкцию, кроме как с помощью приближений, которые нельзя использовать для оценки вероятности дифференциального или линейного криптоанализа.
2. Найти полную или частичную классификацию квадратичных APN-функций размерности 8; предложить новые комбинаторные подходы к поиску APN-функций. Планируется исследовать свойства аддитивной дифференциальной вероятности исключающего ИЛИ, а точнее, вычислять ее максимальные значения, если некоторые аргументы фиксированы. Эти свойства представляют интерес для дифференциального криптоанализа ARX-примитивов. Также планируется исследовать свойства бент-функций, находящихся на расстоянии Хэмминга, близком к минимальному, чтобы доказать, связаны ли такие бент-функции с бент-функциями на минимальном расстоянии Хэмминга друг от друга.
3. Охарактеризовать квадратичные обобщенные булевы функции, используемые для описания квантовых схем, использующих набор квантовых вентилях IBM, и исследования связи между их свойствами. Будут разработаны эволюционные алгоритмы, способные находить булевы функции с сильными криптографическими свойствами, включая высокую алгебраическую иммунность.
4. Определить количество известных битов ключа, которые необходимо угадать, чтобы организовать атаку «угадай и вычисли» для серий шифров; затем провести сравнительный анализ множества шифров против атаки «угадай и вычисли». Планируется также исследовать новые итерационные конструкции APN-функций с нелинейными ограничениями, которые могут быть разрешены SAT-решателями.
5. Изучить метрические дополнения и метрическую регулярность в линейных пространствах над q -арными полями с различными метриками. Планируется получить общее описание метрических дополнений линейных кодов и определить условия их метрической регулярности.
6. Разработать алгоритм сохранения конфиденциальности данных, улучшающий существующие подходы. Предполагается, что за основу будут взяты существующие алгоритмы доказательства с нулевым разглашением (такие как zk-SNARK и zk-STARK) и другие криптографические протоколы. Разработанный подход должен удовлетворять ограничениям, накладываемым распределенными реестрами на криптографические протоколы.

В рамках реализации исследовательской программы П6 «Математические основания физики»

П_6.21.1. Геометрический анализ и его приложения

Направления исследований: сложные задачи неголономной геометрии и геометрической теории управления (изучение геодезических субримановых и субфинслеровых метрик, тонкие аспекты теоремы Рашевского – Чоу, равномерные области, классы поверхностей в сублоренцевой геометрии и формула коплощади); квазиконформный анализ (свойства различных классов отображений с ограниченным

искажением, открытость и дискретность отображений); теория гипозллиптических операторов (уравнения типа Хормандера, субримановы ядра теплопроводности, уравнения теплопроводности на банаховых пространствах).

Ожидаемые результаты: планируется найти ответы на трудные открытые вопросы геометрического анализа, разработать новые методы и применить полученные результаты в смежных областях науки. В частности, планируется

1. В субримановой геометрии найти геодезические левоинвариантных финслеровых (субфинслеровых) и римановых (субримановых) метрик и квазиметрик путем построения векторных полей специальной формы.
2. Исследовать оптимальность экстремальных значений в левоинвариантных суб-финслеровых задачах на группах движений трехмерного пространства и на группах унимодулярных матриц порядка 2 (биинвариантные случаи). Будут описаны непрерывные и дискретные симметрии задач и соответствующих точек Максвелла. Планируется получить оценки времени разреза.
3. Доказать, что биективное отображение группы Гейзенберга, такое, что образы любых трех точек, лежащих на некоторой горизонтальной прямой, также лежат на некоторой горизонтальной прямой, является аффинно-контактным отображением. Также планируется получить оптимальные оценки числа сегментов горизонтальных ломаных в теореме Рашевского-Чоу на группах Карно.
4. Получить формулу коплощади нового типа для класса достаточного гладких отображений групп Карно с сублоренцевой структурой, принимающих значения на нильпотентных градуированных группах.
5. В области квазиконформного анализа сформулировать теорему о существовании экстремальных деформаций в новом классе допустимых деформаций, а также построить модельный пример для задачи нелинейной теории упругости и получить численные результаты для конкретного материала.
6. Продолжить изучение функциональных свойств гомеоморфизмов $\phi: D \rightarrow D'$, где $D, D' \subset R^n$, $n \geq 2$, геометрическое поведение которых обусловлено контролем поведения q -емкости конденсаторов в образе через взвешенную p -емкость в прообразе, $n-1 < q \leq p < \infty$. Планируются дальнейшие исследования граничного поведения класса гомеоморфизмов, удовлетворяющих условию емкости, в частности, будет изучено поведение отображений сдвигающейся границей. Решить вопрос о допустимых заменах переменных с индуцированием ограниченного оператора композиции в пространствах функций ограниченной вариации.
7. Изучить отображения на группах Карно, в некотором смысле близкие к квази-изометриям. Планируется для точек x и y группы Карно получить верхние и нижние оценки на расстояние $d(f(x), f(y))$ между их образами под действием отображения f , принадлежащего к одному из следующих классов: а) отображения почти квазиконформно близкие к квазиизометрии; б) отображения, которые $W^{1,p}$ -близки к квазиизометрии. Как верхние, так и нижние оценки имеют вид $Cd(x, y)$, где значение C зависит от группы и отображения. Помимо этого, будет построена теория соответствия границ для конформных и квазиконформных отображений абстрактных поверхностей с финслеровой метрикой. А именно, будет показано, что квазиконформное отображение (обратное к нему) может быть непрерывно продолжено до границы абстрактной поверхности, если граница является сильно достижимой (слабо плоской).
8. Доказать открытость и дискретность отображений с конечным искажением на группах Гейзенберга при некоторых ограничениях на суммируемость коэффициентов внешнего и внутреннего искажения.
9. В теории гипозллиптических операторов установить, что две основных асимптотических величины субриманова теплового ядра, т.е. диагональная и находящаяся вне множества раздела, могут быть описаны общим методом, использующим дополнительные параметры, показывающие природу отклонения. Предполагается, что такое описание (и общие решения транспортных уравнений, возникающих в анализе параметриков) может быть получено с помощью свойства "сплетения" сублапласианов (соотношения их степеней со степенями метрики).

10. Впервые построить фундаментальное решение для оператора типа Хёрмандера, порожденного векторными полями низкой гладкости и разработать общие методы для изучения векторных полей низкой гладкости.
11. Используя методы, разработанные для функций, областью определения которых является семейство банаховых пространств, планируется получить решение задачи теплопроводности для, например, нецилиндрических областей.

П_6.21.2. Геометрические аспекты математической физики

Направления исследований: геодезические потоки, интегрируемые системы, бильярд Биркгофа, римановы поверхности с краем, теория Громова – Виттена, числа Гурвица, дифференциальные уравнения в частных производных, 6-мерные эрмитовы многообразия, лагранжево подмногообразие, задача со свободной границей, корректность, граница плазма-вакуум, поверхностное натяжение.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Изучить проблему интегрируемости бильярда Биркгофа. Для этого планируется изучить инвариантную кривую, состоящую из 3-периодических орбит.
2. Используя тот факт, что система открытых уравнений $WDVV$ является редукцией системы ориентированных уравнений $WDVV$, и теорию типа Гивенталья для решений ориентированных уравнений $WDVV$, разработанную Арсие – Буряком – Лоренцони – Росси, планируется построить действие группы на решениях открытых уравнений $WDVV$. Действуя этой группой на открытый потенциал Громова – Виттена точки, будет получен открытый потенциал Громова – Виттена во всех родах, связанный с любым решением открытых уравнений $WDVV$.
3. Изучить классическую задачу со свободной границей плазма-вакуум для идеальной сжимаемой МГД с учетом поверхностного натяжения, когда магнитное поле в вакуумной области подчиняется div-rot системе предмаксвелловской динамики.
4. Построить примеры римановых метрик на двумерных поверхностях с интегрируемым магнитным геодезическим потоком, обладающим полиномиальным по импульсам интегралом высокой степени на фиксированном уровне энергии.
5. Изучить алгебраические свойства фундаментальных групп, которые для метрик общего положения гарантируют существование нескольких замкнутых траекторий в нетривиальном свободном гомотопическом классе отображения окружности в многообразии.
6. Изучить некоторые специальные случаи почти эрмитовых структур кооднородности один на компактных симметрических пространствах. В частности, будет получен ответ на вопрос о существовании некоторых специальных классов почти эрмитовых структур на 6-мерной сфере, которые отличаются от ранее известных. Для других многообразий: $CP^3, SO(5)/SO(2)SO(3), S^3 \times S^3, S^4 \times S^2, CP^2 \times S^2, S^2 \times S^2 \times S^2$ будут построены примеры некоторых классов почти эрмитовых структур. Будет получено описание множества всех почти комплексных структур и римановых метрик кооднородности один на этих многообразиях.

П_6.21.3. Дифференциальные уравнения и динамические системы

Направления исследований: прямые и обратные задачи для обобщенно гиперболических уравнений соболевского типа, квазигиперболических и квазипараболических уравнений, уравнений смешанного типа; теория устойчивости решений новых классов дифференциально-разностных уравнений; нелинейные задачи в теории упругости, деформируемых систем и гидродинамики.

Ожидаемые результаты: развитие теории краевых задач для уравнений с частными производными и получение новых результатов о качественных свойствах решений дифференциальных уравнений, разностных уравнений и уравнений с запаздыванием. Планируется:

1. Найти обобщенные решения краевых задач для обобщенно гиперболических уравнений соболевского типа. Будут получены условия разрешимости. Будут найдены интегральные представления решения и построены приближенные решения. Будут установлены энергетические оценки для решений.
2. Изучить разрешимость краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений произвольного нечетного порядка с переменным направлением эволюции. Будут получены результаты о разрешимости задач сопряжения для неклассических дифференциальных уравнений высокого порядка, в том числе квазигиперболических и квазипараболических уравнений, а также уравнений, имеющих разный тип в различных областях (т.е. уравнений смешанного типа). Будут получены результаты о глобальной разрешимости классических начально-краевых задач, а также задач с нелинейными граничными условиями для волнового уравнения с растущими младшими членами. Будут получены результаты о разрешимости существенно новых линейных и нелинейных обратных коэффициентных задач для дифференциальных уравнений с частными производными.
3. Получить условия асимптотической устойчивости нулевого решения для классов систем нелинейных разностных уравнений с запаздыванием. Будут установлены оценки, характеризующие скорость убывания решений на бесконечности, и построены области притяжения.
4. Установить условия асимптотической устойчивости нулевого решения для классов систем неавтономных линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа. Будут получены оценки, характеризующие скорость убывания решений на бесконечности. Будут рассмотрены системы с распределенным и сосредоточенным запаздываниями.
5. Рассмотреть модель взаимодействия рыб и планктона, описываемую системой дифференциальных уравнений с запаздыванием, и исследовать асимптотические свойства решений системы. Будут установлены оценки решений, характеризующие скорость стабилизации на бесконечности, и получены оценки на области притяжения асимптотически устойчивых стационарных решений. Для получения этих результатов планируется построить специальный функционал Ляпунова – Красовского.
6. Исследовать краевую задачу о равновесии двумерного упругого тела с тонким упругим Т-образным включением, выходящим на внешнюю границу. Часть включения при этом отслаивается, образуя трещину между включением и окружающим его упругим телом. На берегах трещины ставятся граничные условия вида неравенств, исключающие взаимное проникание между берегами трещины. Модель характеризуется параметром повреждаемости. Этот параметр отвечает за качество контакта в точках сопряжения между разными частями тонкого включения. Предполагается исследовать зависимость решений от параметра повреждаемости, в частности обосновать возможность предельного перехода параметра к нулю и к бесконечности. Планируется также провести анализ обратных задач отыскания поля перемещений, параметра повреждаемости и параметров Ламе для рассматриваемого упругого тела при условии, что известно перемещение в заданном направлении одной из точек тонкого включения. Будет доказано существование решения указанных обратных задач и локальная устойчивость таких решений.
7. Изучить ветвления решений квазилинейного эллиптического уравнения Дюбрей-Жакотэн – Лонга в неограниченной области при наличии непрерывного спектра линеаризованного оператора.

П_6.21.4. Современные математические модели и численные методы ньютоновской механики сплошных сред с применением к геофизике

Направления исследований: симметрические гиперболические термодинамически согласованные системы, унифицированная гиперболическая модель механики сплошных сред, вычислительная механика жидкости и твердого тела, численные методы ADER- Галеркина (DGADER)

высокого порядка, метод дискретных элементов, цифровая физика горных пород, диффузный интерфейс, масштабирование, геомеханика, многомасштабные и мультифизические процессы.

Ожидаемые результаты: планируется разработать унифицированную модель сплошной среды в масштабе пор (микроуровень) за счет решения следующих задач:

1. Разработка унифицированной модели сплошной среды в масштабе пор для деформируемой пористой среды, насыщенной многофазной смесью смешивающихся и несмешивающихся жидкостей с учетом поверхностного натяжения.
2. Разработка методологии двумерного численного моделирования течения жидкости в пористой деформируемой матрице, основанной на диффузионном интерфейсном подходе.
3. Разработка DG ADER метода для решения определяющих уравнений сформулированной модели на масштабе пор и проверка метода на тестовых задачах.
4. Разработка прототипа глубокой сверточной нейронной сети для повышения эффективности методов решения нелинейных уравнений симметричных гиперболических термодинамически согласованных моделей.
5. Разработка алгоритмов численного моделирования нагружения и разрушения образцов керна на основе методов дискретных элементов.

Согласно Положению о математическом центре мирового уровня «Математический центр в Академгородке», будет проведена независимая экспертиза результатов работы по проектам в 2021 году, а также открытый конкурс новых проектов, на основании которых Международный экспертный совет будет рекомендовать список проектов для реализации в 2022 году. В связи с этим список проектов и заявляемых результатов в 2022 году может быть изменён.

В 2022 году:

В рамках реализации подзадачи Программы создания и развития Центра «Выстраивание системы взаимодействия с высокотехнологическими компаниями-резидентами новосибирского технопарка и IT-подразделениями ведущих мировых компаний, для проведения заказных исследований и разработки совместных образовательных программ» будет проведен ряд заказных исследований, инициированных в Центре.

В частности, для инициации таких исследований будут проведены научные семинары, а также научно-исследовательские мероприятия с привлечением сотрудников Центра, сотрудников ННЦ и представителей индустрии.

Направления исследований и исследовательских задач: любые задачи реального сектора экономики (в том числе, задачи, поступившие напрямую от индустриальных партнеров), сводимые до математических задач из области компетенций Новосибирского научного центра. При этом математический центр в Академгородке может выступать как исполнителем, так и «агрегатором» научных коллективов.

Ожидаемые результаты: получение и интерпретация результатов, которые можно внедрять в производственные, технологические и бизнес процессы компаний-заказчиков исследований.

В рамках реализации исследовательской программы П7 «Динамические модели физических явлений»

П_7.22.1. Пространственные динамические стохастические процессы

Направления исследований: стохастические системы и сети связи и обслуживания, стохастическая геометрия, проводная и беспроводная связь, стабильность, редкие события, риск, легкие и тяжелые хвосты, обобщенный процесс восстановления, ветвящееся случайное блуждание, реальные данные и вероятностные модели, статистические тесты, линейная регрессия, взвешенный эмпирический регрессионный процесс, статистические методы диагностики в медицине.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Изучить структурные свойства ряда моделей пространственных шумовых/эпидемических сетей и найти явные выражения/оценки для их основных характеристик; получить предельные теоремы о сходимости к модели среднего поля.
2. Рассмотреть случайные поля интегрального типа, построенные по разнораспределенным независимым случайным величинам и доказать для них принцип умеренно больших уклонений ПУБУ в функциональном пространстве. Также планируется распространить этот результат на специальный вид таких полей – графонов.
3. Найти точную хвостовую асимптотику для (частичного) супремума ветвящегося случайного блуждания в случае, когда конечное число ветвей является почти на верное конечной случайной величиной, а распределение прыжков имеет тяжелый хвост.
4. Сравнить существующие методы оценки ключевых параметров для распределений с тяжелыми хвостами и модифицировать эти методы для модели для агрегированных многомерных рисков, построенной членами группы. После этого применить разработанную группой модель на эталонных наборах данных, используемых в финансах и страховании, например, на фондовом индексе S&P 500.
5. Рассмотреть модель линейной регрессии с двумя неизвестными параметрами. Изучить процесс частичных сумм взвешенных (то есть умноженных на произвольные веса) регрессионных остатков -- WRE-процесс. В частности, подробно исследовать так называемый процесс рекурсивных регрессионных остатков, для которого прогноз следующего значения отклика осуществляется на основе следующего значения регрессора и предыдущих значений регрессора и отклика. Доказать при широких предположениях функциональную центральную предельную теорему для соответствующих двумерных WRE-процессов и применить её к классу статистических тестов, у которых предельное распределение статистик не зависит от обоих неизвестных параметров исследуемой линейной регрессии.
6. Получить функциональные центральные предельные теоремы для множественных переупорядочиваний точек многомерного сложного пуассоновского поля с переменной интенсивностью. Для этого рассмотреть вложение этого поля в однородное сложное пуассоновское поле большей размерности. Доказать теорему сходимости для этой однородной модели на основании теорем о множественных переупорядочиваниях независимых и одинаково распределенных случайных векторов. С использованием полученных теорем предложить статистические тесты о соответствии доступных данных этим моделям.

II_7.22.2 Прикладные цифровые технологии

Направление исследований: разработка и применение передовых методов машинного обучения в области аэро- и гидродинамики. Можно выделить основные задачи:

1. Оптимизация формы. Будут использованы различные стратегии оптимизации на базе методов машинного обучения для улучшения необходимых характеристик формы конструкций.
2. Управление характеристиками потока на основе данных. Будут разработаны более эффективные и инновационные стратегии управления, основанные на моделях машинного обучения, как для улучшения аэродинамической и гидродинамической эффективности, так и для эффективности модельной камеры сгорания.
3. Ускорение численного моделирования характеристик теплообмена и течения жидкости. В рамках этого нового направления будут изучены возможности повышения производительности различных решателей для вычислительной гидродинамики (CFD). В частности, возможности ускорения решения задачи Пуассона при моделировании несжимаемых потоков.
4. Моделирование турбулентности. Методы машинного обучения позволяют создавать улучшенные модели для осредненных по Рейнольдсу уравнений и метода крупных вихрей для более аккуратного предсказания характеристик турбулентности и теплопереноса.

Ожидаемые результаты:

1. Будут предложены новые подходы для оптимизации формы тела обтекания на примере задачи обтекания цилиндра на основе методов машинного обучения. Будет проведен сравнительный анализ традиционных подходов и предложенного метода.
2. Будут разработаны новые стратегии управления с обратной связью, основанные на моделях машинного обучения, включая обучение с подкреплением, на примере струйных и отрывных течений, а также задач свободной и вынужденной конвекции.
3. Будут разработаны подходы для ускорения численного моделирования характеристик теплообмена и течения жидкости. В рамках этого нового направления будут изучены возможности повышения производительности различных решателей для вычислительной гидродинамики (CFD). В частности, возможности ускорения решения задачи Пуассона при моделировании несжимаемых потоков. Полученные результаты будут реализованы в CFD коды.
4. Будут разработаны новые подходы для замыкания моделей турбулентности в рамках уравнений, осредненных по Рейнольдсу для более аккуратного предсказания характеристик турбулентности и тепломассопереноса.

П_7.22.3. Современные математические модели и численные методы ньютоновской механики сплошных сред с применением к геофизике

Направления исследований: геомеханическое моделирование среды, моделирование течений несвешивающихся жидкостей, течение жидкости в пористом пространстве.

Ожидаемые результаты:

1. В области геомеханического моделирования с использованием метода дискретных элементов будет разработан алгоритм, учитывающий анизотропные свойства среды. Реализация такого подхода будет проводиться в предположении, что свойства связей между элементами определяются индивидуально, то есть одному элементу могут соответствовать связи с разными модулями.
2. Для термодинамически согласованной гиперболической модели деформируемой пористой среды, насыщенной сжимаемой жидкостью, будет построено квазистатическое (параболическое) приближение. Такое приближение используется для оценки эффективной частотно-зависимой анизотропии флюидонаполненных образцов горной породы в сейсмическом и субсейсмическом диапазоне частот.
3. Будет разработана термодинамически согласованная модель двухфазного течения несмешивающихся жидкостей с учетом сил поверхностного натяжения. Определяющие дифференциальные уравнения модели будут образовывать гиперболическую систему, а ее решения будут удовлетворять законам термодинамики. Такая модель является необходимым шагом для обобщения унифицированной модели сплошной среды для описания течений многофазных жидкостей в деформируемой пористой среде.

П_7.22.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы

Направления исследований: прямые и обратные задачи для обобщенно гиперболических уравнений соболевского типа, квазигиперболических и квазипараболических уравнений, уравнений смешанного типа; теория устойчивости решений новых классов дифференциально-разностных уравнений; нелинейные задачи в теории упругости, деформируемых систем и гидродинамики.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Изучить начально-краевые задачи в четверти пространства для обобщенно гиперболических уравнений соболевского типа. Будут получены условия корректности и построены решения этих задач.

2. Получить новые результаты о разрешимости задачи Самарского-Ионкина и других нелокальных краевых задач, в том числе задач с интегральными условиями для квазигиперболических уравнений. Будут получены результаты о разрешимости новых нелинейных обратных задач для квазигиперболических уравнений. Будут получены результаты о разрешимости линейных и нелинейных обратных задач для вырождающихся уравнений высокого порядка.
3. Исследовать устойчивость стационарных решений нелинейных неавтономных разностных уравнений с запаздыванием. Будут получены оценки решений, характеризующие скорость стабилизации на бесконечности.
4. Установить условия асимптотической устойчивости стационарных решений для систем неавтономных нелинейных дифференциальных уравнений нейтрального типа с переменным запаздыванием. Будут получены оценки решений, характеризующие скорость убывания на бесконечности, и построены области притяжения.
5. Исследовать модель конкуренции микроорганизмов в хемостате (хемостат – это сосуд для выращивания микроорганизмов, в который непрерывно добавляется питательное вещество). Модель будет представлять собой систему дифференциальных уравнений с распределенным запаздыванием, компонентами которой будут являться численности микроорганизмов и концентрация питательного вещества. В модели будет учитываться время, необходимое для появления новых микроорганизмов, за что будет отвечать распределенное запаздывание. Будет изучена устойчивость положений равновесия рассматриваемой модели, соответствующих постоянной численности микроорганизмов и постоянной концентрации питательного вещества. Будут указаны условия асимптотической устойчивости положений равновесия и изучены асимптотические свойства решений этой системы.
6. Провести анализ задачи равновесия упругой конструкции, состоящей из двух упругих тел, соединенных переходным мостиком (перемычкой). Перемычка отслаивается от упругих тел, образуя межфазную трещину с неизвестным множеством контакта между противоположными берегами. Планируется доказать разрешимость соответствующей краевой задачи, относящейся к классу проблем с неизвестными границами и обосновать предельные переходы к нулю и к бесконечности по параметру жесткости перемычки.
7. В рамках модели антиплоского сдвига исследовать задачу о равновесии композитного упругого тела, состоящего из двух тел, склеенных вдоль криволинейной границы тонким клеевым слоем. Предполагается, что модуль сдвига клеевого слоя зависит степенным образом от малого параметра, характеризующего его ширину. Будет осуществлен предельный переход к пределу при стремлении параметра к нулю.
8. Исследовать краевую задачу о течениях смесей вязких сжимаемых жидкостей в рамках многоскоростного подхода. Рассматривается полная модель, включающая в себя конвективные слагаемые и межкомпонентное вязкое трение. Будет доказано существование сильных решений регуляризованной задачи и выведены равномерные по параметрам регуляризации априорные оценки, позволяющие совершить предельный переход и получить новый результат о разрешимости краевой задачи для уравнений движений смесей вязких сжимаемых жидкостей.

В рамках реализации исследовательской программы П8 «Алгебро-геометрические аспекты естественнонаучных задач»

П_8.22.1. Геометрический анализ и его приложения

Направления исследований: сложные задачи неголомомной геометрии и геометрической теории управления (изучение геодезических субримановых и субфинслеровых метрик, тонкие аспекты теоремы Рашевского - Чоу, равномерные области, классы поверхностей в

сублоренцевой геометрии и формула коплощади); квазиконформный анализ (свойства различных классов отображений с ограниченным искажением, открытость и дискретность отображений); теория гипозеллиптических операторов (уравнения типа Хормандера, субримановы ядра теплопроводности, уравнения теплопроводности на банаховых пространствах).

Ожидаемые результаты: Будут поставлены и решены специфические задачи геометрического анализа, возникшие в ходе исследований, проведенных на этапах 2019 – 2021 гг, а также будут установлены новые результаты в следующих областях общего характера. В частности, задачи на 2022 год следующие:

1. Найти, для какой субфинслеровой (квази)метрики, на каких 4-мерных группах Ли аномальные экстремали являются геодезическими. В 2022 году будут исследоваться только субримановы метрики. В данной задаче ответ существенно зависит от рассматриваемой группы Ли и (квази)метрики.
2. Описать аффинно-контактные отображения при следующем слабом априорном определении отображении: отображение рассматриваемой группы Карно является аффинно-контактным, если любые три точки, принадлежащие горизонтальной прямой переводятся отображением в три точки, принадлежащие горизонтальной прямой.
3. Изучить вопрос о существовании ограниченных равномерных областей на группе Энгеля. Эта задача важна для квазиконформного анализа и теории пространств Соболева.
4. Вывести оптимальные оценки горизонтальной соединимости в субримановой геометрии: в частности, доказать теоремы о взаимосвязи минимального количества горизонтальных сегментов в горизонтальных ломаных в теоремах типа Рашевского – Чоу на эквирегулярных пространствах Карно-Каратеодори и их касательных конусов.
5. Рассмотреть модельный случай неконтактных отображений групп Карно, где размерность образа строго менее размерности прообраза, и установить метрические характеристики множеств уровня для таких отображений.
6. Найти достаточные условия открытости и дискретности отображений с конечным искажением на группах Гейзенберга и, возможно, на некоторых классах двухступенчатых групп Карно.
7. Решить задачу об описании замен переменных, индуцирующих ограниченный оператор композиции функций ограниченной вариации на группах Карно.
8. Изучить граничное поведение гомеоморфизмов, подчиняющихся емкостному неравенству. В частности, исследовать поведение отображений с подвижной границей с возможностью применения результатов к нелинейной теории упругости.
9. Используя язык модуля семейства кривых, получить версию леммы Морри для соболевских функций на группе Карно.
10. Ввести аналог относительного расстояния в смысле Г.Д. Суворова на абстрактной поверхности над областью группы Карно; а также, указать оценки на искажение этого расстояния под действием гомеоморфизма класса Соболева.
11. Продолжить получение свойств модуля семейств кривых на абстрактной поверхности в n -мерном евклидовом пространстве: выяснить поведение модуля семейства кривых, проходящих через фиксированную точку; найти оценки на модуль семейства кривых, соответствующих шаровому сектору; изучить соотношение между модулями семейств кривых, удовлетворяющих различным требованиям относительно включения конечных точек.
12. Исследовать сходимость усреднений горизонтальных дифференциальных форм и их переносов на группе Карно в разных пространствах Лебега и Соболева.
13. Установление свойства конформной инвариантности броуновского движения на группе Гейзенберга. Описание конформноинвариантных процессов на группе Гейзенберга.

14. Установить новые утверждения об экстремальном разбиении областей сферы Римана. В качестве следствий этих результатов предполагается доказательство новых теорем искажения для голоморфных отображений в постановках задач близких классическим.
15. Найти единый способ описания двух основных асимптотик ядер субримановых тепловых операторов (диагональной и вне множества раздела), из которого определялся бы характер вырождения при предельном переходе к диагонали.

П_8.22.2. Геометрические аспекты математической физики

Направления исследований: геодезические потоки, интегрируемые системы, бильярд Биркгофа, римановы поверхности с краем, теория Громова – Виттена, числа Гурвица, дифференциальные уравнения в частных производных, 6-мерные эрмитовы многообразия, лагранжево подмногообразие, задача со свободной границей, корректность, граница плазма-вакуум, поверхностное натяжение.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Построить открытые инварианты Громова-Виттена во всех родах для комплексной проективной прямой.
2. Для релятивистского и нерелятивистского случаев доказать локальное по времени существование и единственность гладких решений задачи со свободной границей плазма – вакуум с учетом поверхностного тока в вакууме и в предположении достаточно слабого электрического поля в вакууме в начальный момент времени.
3. Построить новые примеры метрик на двумерных поверхностях, геодезический поток которых в ненулевом магнитном поле обладает рациональным по импульсам первым интегралом на фиксированном уровне энергии.
4. Изучить вопрос о существовании замкнутых геодезических на неодносвязных многообразиях.
5. Исследовать почти эрмитовы структуры кооднородности один на некоторых компактных односвязных 6-мерных многообразиях, описанных в классификации Хелшера. На базе исследования планируется построить серии новых примеров различных классов почти эрмитовых 6-многообразий в терминах классификации Грэя-Хервеллы.

П_8.22.3. Аксиальные алгебры и связанные с ними группы

Направления исследований: неассоциативные алгебры, идемпотенты, алгебра Гриса, алгебры Майорана, аксиальные алгебры, алгебры Йорданова типа, алгебры Мацуо, инволюции, группа Монстр, конечные простые группы, группы 3-транспозиций, группы 6-транспозиций.

Ожидаемые результаты:

1. Найти новые примеры аксиальных алгебр.
2. Описать все идеалы универсальной 3-порожденной аксиальной алгебры йорданова типа $\frac{1}{2}$.
3. Решить задачу о поиске минимального количества порождающих осей йордановой матричной алгебры, рассматриваемой как аксиальной алгебры йорданова типа $\frac{1}{2}$.
4. Исследовать Майорана представления простой унитарной группы $U(4,2)$.

П_8.22.4. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Направления исследований: дискретные алгебраические структуры и проблема изоморфизма, развитие теории высоко регулярных графов, изучение топологической кристаллографии и самоподобных континуумов, эквивалентность узлов и изоморфизм квандлов.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Построить рандомизированный аналог алгоритма Вейсфейлера-Лемана, строящего за полиномиальное время по графу когерентную конфигурацию с такой же группой автоморфизмов, как и у исходного графа, и исследовать его сложность, как по времени, так и по

используемой памяти. Для рандомизации итерации алгоритма предполагается использовать лемму Шварца-Зиппеля, а для оценки времени работы — линейную оценку на количество итераций, полученную Lichter, Ponomarenko, Schweitzer (2019).

2. Доказать, что прямое произведение элементарной абелевой группы ранга 2 и циклической группы порядка, свободного от квадратов, является CI-группой. Кроме того, планируется показать, что прямое произведение двух элементарных абелевых групп ранга 2 является CI-группой. Как следствие, будет получена полная классификация абелевых CI-групп, порядок которых имеет не более четырех простых делителей.
3. Завершить работу над описанием бесконечной серии точных графов Ноймаера на основе совершенных кодов, возникающих в правильных n -мерных решётках в евклидовом пространстве.
4. Исследовать спектр графа Кэли на симметрической группе, порождённой всеми транспозициями (транспозиционный граф), найти его наибольшие и наименьшие по модулю собственные значения, а также их кратности.
5. Вычислить индекс Кирхгофа для бесконечных семейств топологических кристаллов, возникающих как циклическое накрытие данного графа.
6. Исследовать строение первой группы гомологий циклического накрытия двухмостового узла. Найти структуру первой группы гомологий для 2-мостовых узлов, допускающих поверхность Зейферта рода два.
7. Разработать методы билипшицевой классификации фрактальных кубов, обладающих свойством конечного пересечения.
8. Получить структурные теоремы для самоаффинных жордановых дуг и исследовать вопрос о конечной представимости гладких самоаффинных кривых.
9. Исследовать условия билипшицевой и бигельдеровой эквивалентности самоподобных дендритов.
10. Доказать или опровергнуть утверждение о том, что если квандл Q удовлетворяет условию тривиализации последовательностей орбит, то квандл Q однозначно определяется своим деревом последовательностей орбит.
11. Описать все слова $W(x, y, z)$ в свободной группе $F(x, y, z)$, такие что бинарная операция $a * b = w(a, b, z)$ задает операцию квандла на свободной группе $F(x, y, z)$.

В рамках реализации исследовательской программы П9 «Математические основы информационной безопасности»

П_9.22.1. Криптография и информационная безопасность

Направления исследований: устойчивость современных шифров к различным типам криптоанализа, криптографические булевы функции и APN-функции, квантовые вычисления и криптография, SAT-решатели для криптоанализа, коды и метрически регулярные множества, технологии блокчейн.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Исследовать математические аспекты дифференциального криптоанализа в применении последнего к ARX-схемам. А именно, будет проведен анализ композиций трех или более операций ARX-схемы, определены его разностные характеристики.
2. Установить взаимосвязь между различными коэффициентами при мономах второй и третьей степени в алгебраической нормальной форме APN-функции, а также охарактеризовать свойства таких коэффициентов, в частности, когда квадратичная часть APN-функции сама является APN-функцией. С помощью полученных свойств планируется разработать алгоритм нахождения новых кубических APN-функций. Отметим, что нахождение функций, которые не эквивалентны ни квадратичным функциям, ни мономиальным (это функции

вида $x \rightarrow x^d$ над конечным полем) — один из ключевых открытых вопросов в теории APN-функций. Единственный известный пример — кубическая APN-функция от 6 переменных, полученная из квадратичной APN-функции методом сдвига. Ранее нами было доказано, что APN-функции, полученные применением данного метода, могут быть получены только из APN-функций и дифференциально 4-равномерных функций. Планируется расширить область поиска новых функций на дифференциально 4-равномерные, а также использовать в методе сдвига характеристики коэффициентов в АНФ. Заметим, что поиск новых неквадратичных APN-функций чрезвычайно важен для практического применения, поскольку высокая алгебраическая степень требуется для стойкости шифра к алгебраическим атакам.

3. Исследовать характеристики функций, являющихся координатными функциями APN-перестановок, а также разработать подход, позволяющий получать APN-перестановки из координатных булевых функций с определенными нелинейными свойствами. Планируется установить взаимосвязь между коэффициентами при мономах разных степеней в алгебраической нормальной форме APN-функции и с ее помощью разработать алгоритм нахождения взаимно однозначных APN-функций.
4. Классифицировать булевы функции с достаточно высокими значениями корреляционной и алгебраической иммунности. Полученные функции будут использованы для построения функций от $n + 1$ переменной с сохранением криптографических свойств.
5. Исследовать строение алгебраической нормальной формы максимально нелинейных булевых функций и их производные по различным направлениям. Задача актуальна в связи с открытым вопросом об асимптотике числа максимально нелинейных булевых функций и их приложениями в криптографии.
6. Планируется исследовать перспективные подходы к эффективному описанию квантовых преобразований кубитов в рамках модели квантовых вычислений на основе дискретных отображений. Рассматриваются некоторые наборы базисных квантовых вентилях, включающие, в частности, вентиль Адамара, описываемый матрицей Сильвестра-Адамара. Планируется исследовать отображения множества обобщенных булевых функций с равномерным спектром Уолша, характеристические векторы которых являются собственными векторами матрицы Сильвестра-Адамара. Поиск предлагается проводить в рамках отображений, действие которых может быть описано с помощью некоторого унитарного оператора, примененного к характеристическому вектору обобщенной булевой функции. Будут рассмотрены такие операторы, которые не оставляют множество обобщенных булевых функций на месте, то есть поиск будут проводиться за пределами соответствующих групп автоморфизмов. Таким образом, могут быть найдены новые (изометричные) отображения, что позволит выявить новые структурные и метрические свойства соответствующих классов дискретных функций.
7. Получить классификацию XS-схем для небольших значений параметров, а также выявить линейные преобразования, сохраняющие гарантированное число активаций. Планируется изучить схемы, обладающие оптимальным числом разностных, а также линейных активаций. Такие схемы могут быть интересны с точки зрения одновременной защиты от линейных и дифференциальных атак.
8. Исследовать стойкость различных шифров к дифференциальному криптоанализу и бумеранг-атакам, исследовать эффективность квантовых атак на симметричные шифры.
9. Разработать эволюционный алгоритм, позволяющий находить векторные булевы функции с сильными криптографическими свойствами, в частности, высокой компонентной алгебраической иммунностью. Также планируется применять другие методы искусственного интеллекта для нахождения таких функций.
10. Разработать SAT-решатель, в основе которого лежит не КНФ, а АНФ представление задачи. Также будет исследовано влияние различных эвристик существующих решателей на время работы при решении криптографических задач.
11. Исследовать вопросы построения и стойкости криптосистем на основе кодов, исправляющих ошибки. Алгебро-геометрические коды играют центральную роль при построении постквантовых криптографических протоколов. Планируется найти точные значения или

оценки размерностей специальных таких подкодов. Теорема Римана-Роха и использование последовательностей специального вида позволяют определять истинную размерность алгебро-геометрического кода. Вопрос становится намного сложнее, если мы исследуем размерности алгебро-геометрических подкодов над подполями. В последнее время наиболее эффективными атаками на криптографические схемы, основанные на алгебро-геометрических кодах, являются атака различения и фильтрационная атака Шура, в которых информация о размерности подкодов имеет решающее значение.

П_9.22.2. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

Направления исследований: новая теория онлайн-вычислений, проблемы классификации в математике и теоретической информатике, теоретические методы, основанные на теории определимости и приоритетных конструкциях.

Ожидаемые результаты: планируется

1. Изучить пунктуальную универсальность стандартных универсальных структур, таких как пространство Урысона и пространство Кантора.
2. Изучить класс K примитивно рекурсивных структур, в которых экзистенциальные формулы разрешимы с примитивно рекурсивными свидетелями. В частности, планируется рассмотреть на предмет примитивно рекурсивной категоричности над K абелевы p -группы. Планируется рассмотреть некоторые вопросы существования примитивно рекурсивных представлений векторных пространств и существования у них примитивно рекурсивного алгоритма проверки линейной зависимости векторов.
3. Вывести достаточные условия полиномиальной вычислимости (и принадлежности некоторым другим классам сложности) решений для широкого класса систем дифференциальных уравнений в частных производных. Планируется разработать алгоритм вычисления решения таких систем с гарантированной точностью при условии аналитичности начальных данных.
4. Изложить систематический подход к эффективно компактным пространствам в вычислимом анализе. На основе этих результатов планируется получить ясное обоснование, какие пространства необходимо считать пунктуально компактными, а также изучить свойства последних. Планируется предложить понятие пунктуально компактного пространства.
5. Исследовать систему обозначений для тонкой иерархии k -разбиений, которая задаётся структурой итерированных k -размеченных лесов (итерируется конструкция, сопоставляющая любому хорошему квазипорядку Q так называемые гомоморфный предпорядок на множестве конечных Q -размеченных лесов). Планируется доказать полиномиальную представимость соответствующих структур.
6. Исследовать расширения тонкой иерархии арифметических k -разбиений (которую можно рассматривать как эффективную иерархию Вэджа в дискретном пространстве натуральных чисел) на произвольные вычислимые квази-польские пространства.
7. Изучить группу вычислимых автоморфизмов вещественной прямой, сравнить её алгебраические свойства со свойствами классической группы автоморфизмов этого пространства. Ожидается построение примеров автоморфизмов, являющихся классически сопряженными, но не вычислимо сопряженными.
8. Изучить спектр степеней (т.е. множество всех тьюринговых степеней для изоморфных образов в вычислимых копиях) для вычислимых функций, рассматриваемых в структуре стандартного порядка натуральных чисел.
9. Получить критерий предельной распознаваемости для семейств (типов изоморфизма) вычислимых структур в терминах дескриптивной теории множеств. Планируется исследовать связь предельной распознаваемости с известными борелевскими отношениями, изучаемыми в дескриптивной теории множеств.

10. Изучить структурные свойства семейств элементарных нумераций. Изучить свойства фридберговых (разнозначных) элементарных нумераций. Сравнить полученные результаты с классическим случаем и случаем пунктуальных нумераций.
11. Разработать алгебраический подход к би-интуиционистским модальным логикам, который обобщает подход к интуиционистским модальным логиками К. Дошена. Частичные результаты в этой области уже получены Ф. Вольтером и М. Захарьящевым, но только по отношению к операторам необходимости и возможности. Планируется развить систематический подход, описывающий поведение четырех модальных операторов: необходимости, возможности, не-необходимости и невозможности.

Согласно Положению о математическом центре мирового уровня «Математический центр в Академгородке», будет проведена независимая экспертиза результатов работы по проектам в 2022 году, а также открытый конкурс новых проектов, на основании которых Международный экспертный совет будет рекомендовать список проектов для реализации в 2023 году. В связи с этим список проектов и заявляемых результатов в 2023 году может быть изменён.

Согласно Положению о математическом центре мирового уровня «Математический центр в Академгородке», будет проведена независимая экспертиза результатов работы по проектам в 2023 году, а также открытый конкурс новых проектов, на основании которых Международный экспертный совет будет рекомендовать список проектов для реализации в 2024 году. В связи с этим список проектов и заявляемых результатов в 2024 году может быть изменён.

№	Характеристика программы научных исследований центра	Описание характеристики
1.	Актуальность и значимость планируемых научных исследований	<p>Исследования, которые планируется проводить на стадии развития «Математического центра в Академгородке», охватывают широкий спектр задач, возникающих в различных отраслях естественных наук, а также связанных с бурным развитием вычислительной техники: анализ больших данных, машинное обучение, построение эффективных алгоритмов и т.д. В частности, изучаемые задачи продиктованы развитием следующих приоритетных направлений:</p> <ul style="list-style-type: none"> • индустрия наносистем; • информационно-телекоммуникационные системы; • науки о жизни; • перспективные виды вооружения, военной и специальной техники; • рациональное природопользование; • транспортные и космические системы; • энергоэффективность, энергосбережение, ядерная энергетика, <p>а также следующих критических технологий:</p> <ul style="list-style-type: none"> • базовые и критические военные и промышленные технологии для создания перспективных видов вооружения, военной и специальной техники; • биомедицинские и ветеринарные технологии;

- компьютерное моделирование наноматериалов, наноустройств и нанотехнологий;
- нано-, био-, информационные, когнитивные технологии;
- технологии биоинженерии;
- технологии информационных, управляющих, навигационных систем;
- технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем;
- технологии мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения;
- технологии поиска, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых и их добычи;
- технологии предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера;
- технологии снижения потерь от социально значимых заболеваний;
- технологии создания электронной компонентной базы и энергоэффективных световых устройств;
- технологии создания энергосберегающих систем транспортировки, распределения и использования энергии;
- технологии энергоэффективного производства и преобразования энергии на органическом топливе.

Ниже приводятся конкретные связи с указанными приоритетными направлениями и критическими технологиями для каждого из планируемых направлений исследований.

В рамках реализации исследовательской программы П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»

П_1.19.1. Геометрические аспекты математической физики.

Теория математических бильярдных – это важнейший раздел теории динамических систем. В математических бильярдах получено много интересных и содержательных результатов. Отметим здесь теорему Лазуткина: если бильярдная область ограничена выпуклой достаточно гладкой кривой, кривизна которой нигде не обращается в 0, тогда в окрестности границы имеется бесконечно много каустик. Теорема Лазуткина – это один из наглядных примеров в КАМ-теории. С каустиками связана знаменитая гипотеза Биркгофа об интегрируемых бильярдах. А именно: предположим, что бильярдная область ограничена гладкой выпуклой кривой и в окрестности границы область расслаивается на каустики. Гипотеза Биркгофа говорит о том, что в этом случае выпуклая кривая является эллипсом. Таким образом, каустики – важнейший и очень сложный объект для исследований. С каждой бильярдной траекторией внутри выпуклой гладкой кривой на плоскости можно ассоциировать разностный оператор второго порядка следующим образом. В моменты n -го, $(n+1)$ -го и $(n+2)$ -го столкновения частицы с границей возникают три линейно зависящих радиус-вектора на плоскости. Коэффициенты линейной зависимости задают разностный оператор второго порядка (коэффициент при старшем сдвиге равен единице). Мы планируем исследовать каустики с помощью спектральной теории

разностных операторов, при этом основная цель исследований – доказательство гипотезы Биркгофа. Указанная тематика соответствует пункту 3 «Информационно-телекоммуникационные системы» приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации.

Гипотеза Дубровина – Жанга о наличии полиномиальной бигамильтоновой структуры в иерархиях топологического типа, соответствующих однородным когомологическим теориям поля – это известная гипотеза, которая находится на стыке современной математической физики, интегрируемых систем, алгебраической геометрии (пространства модулей кривых) и комбинаторики. Указанная тематика соответствует пункту 3 «Информационно-телекоммуникационные системы» приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации.

Классическая теория Гивенталья описывает действие некоей группы на пространстве решений уравнений ассоциативности, которые описывают обычные инварианты Громова–Виттена в роде ноль. Далее теория Гивенталья по произвольному решению уравнений ассоциативности строит его продолжение по родам, которое описывает инварианты Громова–Виттена во всех родах. В рамках данного проекта мы планируем построить обобщение действия Гивенталья на пространстве решений открытых уравнений ассоциативности и затем построить продолжение по родам, которое удовлетворяет открытым уравнениям Вирасоро во всех родах. Далее планируется доказать, что построенное продолжение по родам является решением системы уравнений в частных производных, тесно связанной с иерархией топологического типа. Указанная тематика соответствует пункту 3 «Информационно-телекоммуникационные системы» приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации.

Развитие методов исследования задач со свободными границами для систем законов сохранения (в частности гиперболических систем законов сохранения) важно не только для общей теории эволюционных уравнений с частными производными (гиперболических, гиперболично-эллиптических и т.д.), но и для различных приложений к конкретным моделям математической физики. Данная проблематика включает в себя развитие методов доказательства теорем существования и единственности для квазилинейных гиперболических систем, а также систем типа уравнений Эйлера несжимаемой жидкости в областях со свободными границами при условии, что соответствующие линеаризованные задачи слабо корректны (удовлетворяют слабому, а не равномерному условию Лопатинского), а символ свободной границы неэллиптивен. Важной частью этой подобласти математической физики является также дальнейшее развитие математической теории ударных волн и контактных разрывов.

В рамках проекта планируется исследовать корректность задач со свободными границами в магнитной гидродинамике (МГД) идеальной сжимаемой (или несжимаемой) жидкости, в моделях многофазных жидкостей, а также в эластодинамике (типа Олдройда), уравнения которой описывают течения идеальных упругих жидкостей. Прежде всего отметим актуальность предлагаемых исследований с прикладной точки зрения. Что касается задач со свободными границами, то, например, для уравнений МГД актуальность исследований обусловлена тем, что по состоянию на сегодняшний день не решена проблема управляемого термоядерного синтеза. Исследование задач МГД актуально также для приложений в астрофизике и космологии. Исследования классических уравнений эластодинамики важны как с теоретической точки зрения,

так и, например, для приложений, связанных с моделированием течений полимерных жидкостей. То же относится и к исследованию моделей многофазных жидкостей. Наши исследования носят, конечно, фундаментальный характер, однако очевидно, что, прежде чем применять на практике (скажем, при проведении каких-то численных экспериментов) те или иные математические модели, необходимо быть уверенным в том, что соответствующие краевые задачи или задачи со свободными границами корректно поставлены (по крайней мере в малом по времени). Указанная тематика соответствует пункту 3 «Информационно-телекоммуникационные системы» приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации.

П_1.19.2. Теория оптимального управления.

Основные направления исследований: геометрическая теория управления, квазиконформный анализ, теория операторов. Проект ориентирован на развитие мощного инструментария решения трудных задач и дальнейшее применение результатов к задачам естествознания.

Нетривиальные задачи оптимизации, вариационного исчисления и оптимального управления возникают неизбежно в разнообразных областях естествознания, инженерии, промышленности, когда желательно обеспечить наилучшее (в некотором смысле) поведение системы при ограничениях на имеющийся ресурс. Математическая теория оптимального управления, особенно после книги Л.С. Понтрягина и учеников, разработала широкий спектр подходов и методов для исследования таких задач. Начиная с 1970-х годов активно развивается геометрическая теория управления, объединяющая классические методы Понтрягина с современной техникой дифференциальной геометрии, теории групп и алгебр Ли, симплектической геометрии, теории динамических систем, топологии, теории особенностей для решения задач управляемости, эквивалентности, стабилизируемости, оптимального управления для гладких задач с конечномерным (обыкновенные дифференциальные уравнения) или бесконечномерным (уравнения в частных производных) пространством состояний. В последние 20 лет субриманова геометрия оформилась в самостоятельную область исследований, удивительным образом переплетая теорию оптимального управления с геометрическим анализом, теорией стратифицированных групп, теорией вероятностей, теорией уравнений в частных производных. С точки зрения оптимального управления, задача субримановой геометрии – это задача с линейной по управлению динамикой и квадратичным по управлению интегральным функционалом. Это весьма специальный класс задач, представляющий тем не менее крайне нетривиальные теоретические проблемы и имеющий разнообразные, часто неожиданные, области приложений (движение мобильных роботов с прицепами, качение твердых тел, исследование траекторий движения летательных аппаратов, астродинамика, динамика черных дыр, экономика, антропоморфные модели первичной зрительной коры головного мозга, методы восстановления и улучшения изображений в компьютерной графике и медицине, управление квантовыми системами, моделирование молекул ДНК, описание движения микроорганизмов). Уравнения, образованные неголономными системами векторных полей, возникают в различных областях математики и прикладных задачах. Поставленные нами задачи – поиска и исследования свойств геодезических, получение метрических свойств поверхностей, вывод свойств операторов и решений уравнений и, как приложение

развитой теории, решения задач о разработке компьютерных программ для обработки изображений, а также моделирования первичной зрительной коры человеческого мозга – относятся к технологиям информационных, управляющих, навигационных систем (КТ 13) и наукам о жизни (ПН 4). В части разработки методов, алгоритмов и программ управления мобильными роботами с прицепами исследования относятся к робототехническим комплексам (системам) специального назначения и ПН 7 (Транспортные и космические системы). Помимо этого, планируемые исследования послужат развитию следующих критических технологий Российской Федерации:

8. Нано-, био-, информационные, когнитивные технологии (разработка компьютерных программ для обработки изображений и мобильной робототехники).

13. Технологии информационных, управляющих, навигационных систем (разработка методов, алгоритмов и программ управления мобильными роботами с прицепами).

С.К. Водопьянов разработал концепцию отображений с \square -весовым (q,p) -ограниченным искажением, содержащую в качестве частного случая практически все существующие подходы к обобщению теории квазиконформных отображений. В основе этого подхода лежит связь между отображениями и классами Соболева.

Исследование вопросов вариационного исчисления с точки зрения квазиконформного анализа находится на передовом крае в механике сплошных сред, которая в свою очередь является основой критических технологий поиска, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых и их добычи (КТ 20), а также приоритетного направления 6 (Рациональное природопользование).

В ходе проекта будут рассмотрены задачи, например, пьезоупругости, нематических эластомеров, магнитоупругости и др., которые не могут быть решены классическими методами. Кроме того, решение задачи о граничном соответствии послужит отправной точкой для перехода от задач теории упругости с фиксированной границей (редко наблюдаемых на практике) к задачам со свободной границей, сохранив при этом желаемую регулярность деформаций.

Исследования также требуют разработки новых методов, сочетающих в себе как квазиконформный анализ и вариационное исчисление, так и современные методы теории существования решений в задачах механики. Изучение вопросов квазиконформного анализа на абстрактных поверхностях, которое было инициировано В.М. Миклюковым, имеет ряд новых аспектов. Во-первых, возникает необходимость разработки свойств основных инструментов исследования отображений абстрактных поверхностей – модуля семейства кривых и емкости конденсатора. Необходимость эта связана с тем, что на абстрактной поверхности длина кривой зависит от направления движения вдоль нее. Во-вторых, абстрактная поверхность позволяет моделировать анизотропную среду, в том числе и с массивными множествами особых точек – так называемыми дислокациями; физически содержательные абстрактные поверхности возникают в синергетике при рассмотрении сред с ячеистым строением, а также в теории гравитации при изучении черных дыр. В-третьих, применение абстрактных поверхностей позволяет получать новые результаты в задаче о допустимой скорости стабилизации решений уравнения газовой динамики и в качественных вопросах решений уравнений типа минимальной поверхности. Таким образом, изучение анализа на абстрактных поверхностях оказывается полезным для такой критической

технологии как моделирование наноматериалов, наноустройств и нанотехнологий (КТ 7), поскольку наноматериалы могут иметь ячеистое строение. Кроме того, применение абстрактных поверхностей в задачах газовой динамики указывает на связь с еще одной критической технологией – промышленные технологии для создания перспективных видов специальной техники. Все это говорит о том, что исследование вопросов анализа на абстрактных поверхностях играет роль в следующих приоритетных направлениях развития науки и техники: безопасность и противодействие терроризму и индустрия наносистем (ПН 1, 2).

В области теории операторов задача газовой динамики об асимптотическом поведении решений системы Навье – Стокса очень долго (более полувека) стоит для стационарных решений и в двумерном случае. Это настоящая Terra Incognita: до сих пор неизвестно, ограничены ли решения систем Навье – Стокса с конечным интегралом Дирихле во внешней плоскости. Трудность здесь заключается в том, что теоремы вложения Соболева не работают для функций с конечным интегралом Дирихле в неограниченных плоских областях. Однако есть надежда, что с помощью наших методов (из ранее опубликованных работ) удастся доказать не только ограниченность, но и равномерную сходимую таких решений.

Построение расчетных сеток является актуальной задачей для различного рода вычислений, применяемых при решении насущных практических задач с помощью математического моделирования соответствующих физических и технологических процессов, что соответствует КТ 18 (Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем) и ПН 3 (Информационно-телекоммуникационные системы). Особенно широко применяется метод триангуляции в различных вычислительных задачах по причине того, что треугольники являются простейшими плоскими фигурами, геометрические характеристики которых достаточно легко вычисляются, и в тоже время любая область и даже поверхность аппроксимируется треугольниками с необходимой точностью. Поэтому одной из востребованных задач является разработка алгоритмов триангуляции областей, не требующих много времени на выполнение и не затрачивающих большой объем компьютерных ресурсов. При этом расчетные области, в которых строится сетка или триангуляция, как правило, имеют сложное геометрическое строение. С математической точки зрения такие области имеют многосвязную границу или границу с неправильной криволинейной формой, которая сложно моделируется с помощью геометрических примитивов. Также следует отметить, что многие авторы в своих работах по алгоритмам построения триангуляции области, опубликованных в основном в зарубежных журналах, исследуют задачи оценки коэффициента растяжения для различных классов триангуляций. Этот коэффициент характеризует отклонение кратчайшего пути в графе триангуляции от расстояния между вершинами триангуляции в обычной евклидовой метрике. Построение триангуляции с контролируемым значением такого коэффициента может играть важную роль при планировании городских транспортных сетей. Планируемые исследования являются новыми по сравнению с исследованиями, которые уже ведутся по бюджетным темам. Все задачи, перечисленные в планах проекта, требуют разработки оригинальных методов для их решения.

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

Актуальность и значимость планируемых научных исследований характеризуется тем, что развитие теории и численных методов решения обратных и некорректно поставленных задач является одной из фундаментальных проблем современной вычислительной и прикладной математики. Рассматриваемые в проекте задачи являются междисциплинарными и затрагивают такие важные темы как геофизика, медицина и биология, социальные и экономические процессы, тепломассопенос. Использование математического моделирования и идентификации моделей позволит достичь прорывных результатов в рассматриваемых приложениях, а именно создать цифровой двойник акустического томографа, а в дальнейшем и опытный образец, создать новые лекарственные препараты и исследовать их фармакокинетические и фармакодинамические свойства, научиться прогнозировать эпидемии и социальные напряженности, делать финансовые и экономические прогнозы, развивать новейшие методы охлаждения микрочипов и т.д. Спектральные задачи для уравнения Шредингера связаны с потенциальными применениями микроэлектронных устройств.

Все разработки связаны со следующими критическими технологиями Российской Федерации: 4. Биомедицинские и ветеринарные технологии; 7. Компьютерное моделирование наноматериалов, наноустройств и нанотехнологий; 8. Нано-, био-, информационные, когнитивные технологии; 14. Технологии наноустройств и микросистемной техники; 18. Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем; 21. Технологии предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера; 22. Технологии снижения потерь от социально значимых заболеваний; 25. Технологии создания электронной компонентной базы и энергоэффективных световых устройств.

Планируемые исследования в области геометрических методов моделирования физических процессов в пористых средах способны привести к продвижениям как в смежных областях (химии, геофизике и пр.), так и к разработке новых методов в вычислительной и прикладной геометрии и топологии. В частности, предполагается, что результаты исследований могут привести к следующим практическим результатам: разработка методов быстрой оценки транспортных и упругих свойств горных пород (что соответствует пункту 20. «Технологии поиска, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых и их добычи» в перечне критических технологий РФ и пункту 6. «Рациональное природопользование» в списке приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в РФ); разработка методов проектирования промышленных сорбентов для очистки воздуха от диоксида углерода (соответствует пункту 19. «Технологии мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения» в перечне критических технологий РФ и 6. «Рациональное природопользование» в списке приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в РФ).

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы.

Будут проводиться исследования, направленные на решение задач по приоритетному направлению 5 (Перспективные виды вооружения, военной и специальной техники) и критическим технологиям №1 (Базовые и критические военные и промышленные технологии для создания перспективных видов вооружения, военной и специальной техники). В рамках этого направления будут проводиться исследования математических

моделей, описывающих поведение сложных материалов с дефектами (композиты, армированные жесткими и упругими волокнами), их математическое обоснование, а также исследования задач оптимального управления. Дефекты в упругом теле могут иметь различную природу: в частности, это могут быть трещины, берега которых взаимодействуют друг с другом (трение, сцепление берегов, возможный контакт и пр.) тонкими упругими включениями, размерность которых меньше, чем размерность тела. Все исследования будут проводиться на базе математических моделей, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных с неизвестными границами.

Основные научные результаты предполагаемых исследований, кроме теоретической направленности, будут иметь непосредственный практический интерес в механике деформированного твердого тела при оптимальном проектировании и анализе поведения упругих конструкций, изготовленных из композиционных материалов, которые, как известно, широко применяются при производстве наукоемких изделий.

Будут проводиться исследования, направленные на решение задач по приоритетному направлению №6 (рациональное природопользование) и критическим технологиям №19 (технологии мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения). В рамках этого направления будут проводиться исследования многокомпонентных течений. Эта задача возникает при описании многих важных процессов, протекающих в природе и в различных областях человеческой деятельности, в частности при распространении примесей и загрязнений в окружающей среде. Новизна исследования связана прежде всего с неоднородностью краевых условий, необходимых для описания реального протекания через изучаемый объем среды.

Нелинейные дифференциальные и операторные уравнения являются современными математическими моделями волновых процессов в геофизической гидродинамике. Бифуркации решений таких уравнений описывают изменения в сложных системах, происходящие в результате развития внутренних неустойчивостей и внешних воздействий. Понимание ключевых закономерностей необходимо для создания и развития критических технологий мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения. Рациональное природопользование, являющееся одним из приоритетных научных направлений, предполагает развитие математических методов моделирования поведения сложных природных систем. Развитие новых подходов требует объединения усилий математиков, механиков и геофизиков.

Будут проводиться исследования, направленные на решение задач по критическим технологиям «Технологии создания ракетно-космической и транспортной техники нового поколения». При создании техники нового поколения возникает масса задач для моделирования различных физических процессов. Многие из этих процессов описываются в терминах дифференциальных уравнений. В частности, большой интерес к уравнениям, не разрешенным относительно старшей производной (уравнениям соболевского типа), обусловлен многочисленными примерами их использования при моделировании различных физических явлений. Эти уравнения возникают в прикладных задачах гидродинамики, физики атмосферы, физики плазмы, физики полупроводников, теории упругости и т.д. Поэтому построение теории краевых задач для различных классов уравнений, не разрешенных относительно старшей производной, является, несомненно, актуальной

проблемой. В литературе она известна как проблема С.Л. Соболева. Ее масштабность и научная значимость определяются многочисленными приложениями.

Отметим, что при изучении краевых задач для уравнений и систем, не разрешенных относительно старшей производной, требуется исследовать свойства различных классов дифференциальных и интегральных операторов. В частности, при изучении краевых задач для систем уравнений соболевского типа необходимо исследовать свойства квазиэллиптических операторов.

В процессе математического моделирования современных наукоемких технологий обширная часть возникающих при этом проблем формулируется в виде интегро-дифференциальных уравнений или систем таких уравнений. Зачастую эти уравнения включают в себя слабо- и сильносингулярные интегральные операторы, а также псевдодифференциальные операторы. С ростом количества независимых переменных соответствующие интегро-дифференциальные операторы существенно усложняются. Аналитическое решение сопутствующих краевых задач оказывается попросту невозможным, и для их решения приходится применять численные методы.

Будут проводиться исследования, направленные на решение задач по критическим технологиям №№4, 20 (биомедицинские и ветеринарные технологии; технологии поиска, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых). В рамках данных технологий будут исследованы некоторые классы обратных задач для операторно-дифференциальных уравнений.

Следует отметить разнообразие постановок обратных задач, возникающих из приложений. Задачи определения коэффициентов уравнений связаны с определением таких важных физических характеристик среды как электропроводность, теплопроводность, плотность, пористость. Задачи определения правых частей направлены на получение информации о расположении и параметрах источников, описываемых различными скалярными либо векторными или тензорными полями. Теория обратных и условнокорректных задач имеет широкий спектр приложений и является одной из наиболее стремительно развивающихся областей математики, в которой успешно используются математические результаты и численные алгоритмы для решения актуальных прикладных задач. Сибирское отделение РАН по праву является одним из признанных мировых научных центров исследования обратных и условнокорректных задач.

Будут проводиться исследования, направленные на решение задач по приоритетному направлению №3 (информационно-телекоммуникационные системы). В рамках данного направления будут исследованы уравнения с запаздыванием.

Большой интерес математиков к уравнениям с запаздывающим аргументом связан с необходимостью решения важных прикладных задач, в которых существенную роль играет эффект запаздывания по времени. Уравнения с запаздывающим аргументом возникают во многих задачах теории автоматического регулирования и управления, автоматики и телемеханики, радиофизики, при моделировании процессов иммунологии, при изучении генных сетей, экономики и т. д.

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Проект внесет вклад в развитие критической технологии РФ «Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем». На сегодняшний день исследования в данной области приобретают критическое значение в связи с лавинообразным ростом объема данных, которые необходимо использовать в автоматизированных системах, решающих различные задачи промышленности, экономики, медицины, управления, науки. В качестве примера подобной проблемной области и задач, связанных с ней, можно привести проблему создания и обеспечения надежного функционирования интеллектуальных цифровых систем человеко-машинного взаимодействия. Разработка сложных цифровых систем невозможна без развития математического аппарата, служащего теоретическим основанием этих систем. Полученные знания позволят существенно расширить область применения систем обработки данных.

В отличие от других фундаментальных научных исследований, уже ведущихся в консорциуме, проект сконцентрирован на цифровизации математических моделей, в основе которых лежат модели вычислений ограниченной сложности: в частности, полиномиальных и автоматных вычислений.

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Актуальность исследований диктуется как необходимостью развития современных фундаментальных направлений теории вероятностей и математической статистики, так и востребованностью вероятностных методов в широком круге приложений.

Разработанные методы и полученные результаты будут иметь большую научную значимость, так как позволят исследовать качественно новые эффекты и получать новые качественные и количественные результаты в широком спектре случайных процессов, а также применять их при изучении различных физических, биологических, медицинских, транспортных, коммуникационных, страховых и иных проблем и задач.

Планируемые научные исследования включают развитие теории урновых моделей с приложениями к теории компьютерных сетей, случайных графов и к задачам математической лингвистики. Также запланировано развитие теории децентрализованных алгоритмов передачи информации и разработка теории регрессионного анализа со случайными регрессорами. Планируемые исследования соответствуют пунктам 8 и 18 Перечня критических технологий Российской Федерации «нано-, био-, информационные, когнитивные технологии»; «технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем» и пункту 3 Приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации «информационно-телекоммуникационные системы».

Теория случайных графов является одним из наиболее перспективных направлений современной теории вероятностей. Ее результаты широко применяются при моделировании различных реальных процессов и в частности процессов параллельных вычислений, машинного обучения, перколяционных процессов.

Планируется провести широкое исследование случайных блужданий с непрерывным временем. Напомним, что у классических случайных блужданий скачки могут происходить только в детерминированные моменты времени, в то время как в большинстве прикладных исследований моделируемые случайные блуждания имеют скачки, которые происходят в случайные моменты времени. Поэтому распространение имеющихся результатов на такие блуждания несомненно является актуальной, хотя и очень трудной, задачей. В частности исследование

вероятностей невыхода таких блужданий через меняющиеся границы соответствует пунктам 3 и 4 Приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации «информационно-телекоммуникационные системы» (при изучении таких систем до выхода их из строя); «науки о жизни» (при изучении жизни популяций до их гибели или вырождения).

Развитие метода статистической регуляризации для приложений в области ядерной медицины является актуальной задачей. Среди причин смертности населения в России, как и в большинстве развитых и развивающихся стран, первые два места занимают болезни сердечно-сосудистой системы и онкологические заболевания. Усилия исследователей направлены на развитие современных методов диагностики этих заболеваний, обеспечивающих возможность точной постановки диагноза и выбора оптимальной тактики лечения. Методы однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОЭКТ) и позитронной эмиссионной томографии (ПЭТ) позволяют получать жизненно важную информацию о структурно-функциональном состоянии органов на клеточном уровне, которую невозможно получить другими методами. Другая сторона проблемы состоит в том, что число обследований с применением методов ОЭКТ и ПЭТ резко возросло за последние годы, что существенно увеличило радиационную нагрузку на популяцию в развитых странах, включая Россию. В связи с этим проблема снижения дозы облучения пациентов при ОЭКТ и ПЭТ обследованиях активно обсуждается в научной литературе и зафиксирована в последних документах профессиональных международных организаций в области ядерной кардиологии. Проблема снижения дозы облучения ставит перед исследователями задачу получения качественных ОЭКТ и ПЭТ изображений на основе данных с высоким уровнем статистического шума. Стоит заметить, что методы ОЭКТ и ПЭТ также широко используются в педиатрической визуализации, в неврологии и психиатрии, в визуализации опухолей легких и даже при полном сканировании тела. Планируемое исследование соответствует пункту 22 Перечня критических технологий Российской Федерации «снижения потерь от социально значимых заболеваний».

В кардиохирургии при протезировании клапана сердца существенную роль в эффективности, безопасности и долговечности искусственно созданного протеза клапана сердца играет его форма и строение. Поэтому возникает необходимость создания персонализированного клапана сердца на основании изображений, полученных при помощи компьютерной томографии. Планируемое исследование соответствует пункту 10 Перечня критических технологий Российской Федерации «технологии биоинженерии».

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

Булевы функции являются одним из основных элементов многих шифров. Теоретическим исследованиям в области булевых функций и криптографии во всем мире уделяется большое внимание. Изучая математические свойства булевых функций, можно оценивать криптографическую стойкость шифров. Известно много примеров того, как неудачный выбор булевых функций приводил к успешным атакам на шифр, например, на бывший государственный стандарт США блочный шифр DES (1993) и поточный шифр Grain, вошедший в число финалистов международного проекта eCRYPT (2011). В случае с DES уязвимостью используемых в нем булевых функций оказалась слабая нелинейность, что позволило провести линейный криптоанализ, ставший впоследствии одним из основных статистических видов криптоанализа. Участником заявки Н.Н.Токаревой в

зарубежном издательстве Elsevier опубликована монография с тройным анонимным рецензированием [Tokareva N. Bent functions: results and applications to cryptography // Acad. Press. Elsevier, 2015. 220 pages. ISBN-10: 012802318X. ISBN-13: 978-0128023181], посвященная максимально нелинейным булевым функциям и их приложениям.

Одним из приоритетных направлений научно-технологического развития Российской Федерации является обеспечение защищенности ее национальных интересов в информационной сфере – информационной безопасности Российской Федерации. Согласно доктрине информационной безопасности Российской Федерации государственная политика подразумевает приоритетное развитие отечественных современных информационных и телекоммуникационных технологий, способных обеспечить совершенствование национальных телекоммуникационных сетей. Данная деятельность непосредственно затрагивает такое приоритетное направление, как «Информационно-телекоммуникационные системы», а также следующие критические технологии Российской Федерации: «Нано-, био-, информационные, когнитивные технологии», «Технологии информационных, управляющих, навигационных систем», «Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем».

В числе участников проекта находятся победители и призеры известных соревнований по информационной безопасности (Р.К.Лебедев): таких как Всероссийская студенческая олимпиада по компьютерной безопасности, проводимая в рамках RuCTF (4 первых места), олимпиада «Я – профессионал» (2 первых места), в командных соревнованиях CTFZone 2017 (2 место), Kaspersky Industrial CTF 2016 (2 место), VolgaCTF 2016 (2 место), VolgaCTF 2017 (2 место), VolgaCTF 2018 (2 место). Также отметим неоднократные победы на региональных соревнованиях SibirCTF, KrasCTF, AltayCTF. На соревнованиях CyBrics команда, в которую входят участники проекта, занимает четвертое место из 775 команд из стран БРИКС. В сентябре 2019 года состоится финал этого соревнования.

Стоит отметить, что участник Н.Н.Токарева входит в программный комитет международного симпозиума «Современные тенденции в криптографии» STCrypt, посвященного теоретическим и практическим аспектам криптографии, которые имеют непосредственное отношение к обеспечению информационной безопасности.

Бент-функции.

Бент-функции – булевы функции, обладающие оптимальной нелинейностью. Это свойство представляет большой интерес для криптографии. Бент-функции используются как компоненты в различных криптографических примитивах (хеш-функции, блочные и поточные шифры), что делает их исследования актуальными в контексте КТ «Технологии информационных, управляющих, навигационных систем». По бент-функциям можно строить другие булевы функции, также обладающие высокой нелинейностью (не оптимальной), но в дополнение и рядом других востребованных в криптографии свойств. Помимо криптографии, бент-функции как экстремальные объекты имеют множество приложений и в других областях математики: разностные множества, коды, исправляющие ошибки, символьные последовательности и т.д. С помощью бент-функций построена система CDMA (Code Division Multiple Access – множественный доступ с кодовым разделением каналов), использующаяся большинством поставщиков беспроводного оборудования во всем мире согласно стандартам ИМТ-2000 мобильной связи третьего поколения (в России – стандарты ИМТ-МС

450 или CDMA-450), что затрагивает приоритетное направление «Информационные и телекоммуникационные системы». В то же время в области бент-функций остается множество открытых вопросов. Главный из них – это количество бент-функций. Оно неизвестно, начиная уже с 10 переменных. Существующие верхние и нижние оценки сильно отличаются друг от друга. Таким образом, нельзя оценить, насколько существующие конструкции покрывают весь класс бент-функций. В этом контексте интерес представляют «подпространственные» характеристики бент-функций, самая простая из них – максимальная размерность подпространства, на котором аффинна заданная бент-функция. Большинство известных конструкций порождает бент-функции, для которых эта характеристика равна $n/2$, где n – число переменных. Такие бент-функции называются нормальными (слабо нормальными). В связи с этим есть предположение, что многие бент-функции, не попадающие в известные конструкции, являются ненормальными. Отметим также, что доказательство ненормальности бент-функции – задача весьма нетривиальная. Построение бент-функций по заданной бент-функции и подпространству тесно связано с подпространствами, на которых бент-функция аффинна. Исследования таких конструкций, а также примеров бент-функций, на которых эти конструкции не работают, позволяют приблизиться к гипотетической «случайной» представительнице класса бент-функций. Нормальные и ненормальные бент-функции в течение последних 20 лет исследовали К.Карле, Г.Леандр, Г.МакГир, П.Шарпин, А.Канто, Х.Доббертин, В.Мейдль и др. Отметим, что бент-функции из известного класса Касами используются в кодах для системы спутникового наблюдения ГЛОНАСС.

APN-функции.

Векторные булевы функции (S-блоки) являются основными нелинейными преобразованиями блочных шифров. Векторная булева функция F от n переменных называется APN-функцией (почти совершенно нелинейной функцией), если для любых двоичных векторов a (где a не равен нулю) и b уравнение $F(x+a)+F(x)=b$ имеет не более двух решений. APN-функции обладают оптимальной стойкостью к так называемому дифференциальному криптоанализу – классическому статистическому методу анализа шифров. Одной из популярных конструкций блочных шифров является подстановочно-перестановочная сеть (SP-сеть). На ее основе построены современные стандарты симметричного шифрования; например, Кузнечик (ГОСТ Р 34.12 - 2015), AES – стандарт США, PRESENT – стандарт легковесного шифра. Отличительной особенностью SP-сети является использование исключительно взаимно однозначных S-блоков (перестановок), поэтому одной из главных задач при выборе S-блока является совмещение взаимной однозначности и других криптографических свойств, в частности, высокой нелинейности. Одна из взаимно однозначных конструкций нелинейных векторных функций для 8 переменных используется в качестве S-блока в шифре AES, однако является лишь дифференциально 4-равномерной функцией и не обладает оптимальной теоретической нелинейностью, а появившаяся в 2009 году единственная взаимно однозначная APN-функция от четного числа переменных (при $n=6$) сразу нашла свое применение в легковесном аутентификационном шифре FIDES.

При четном числе переменных (больше 6) вопрос существования APN-функций до сих пор остается открытым и крайне актуальным. В криптографии данный вопрос имеет специальное название “the Big APN problem”. На данный момент не найдено конструкций взаимно однозначных функций в общем виде (только частные классы мономиальных функций над полем для нечетного числа переменных), а также итеративных конструкций.

Продвижения по данному вопросу существенны для дальнейшего развития симметричной криптографии и разработки новых технологий блочного шифрования, что является частью КТ «Технологии информационных, управляющих, навигационных систем».

Новизна данных исследований заключается в применении комбинаторного подхода и аппарата дискретной математики к решению проблемы существования APN-перестановок, в то время как все предыдущие результаты были получены с помощью аппарата конечных полей. Комбинаторный подход в данной ситуации определенно является перспективным, поскольку позволяет находить более фундаментальные закономерности и отслеживать зависимость той или иной закономерности от размерности, что, возможно, позволит, более подробно описывать класс APN-перестановок.

Метрически регулярные множества.

Метрическое дополнение множества – это множество всех точек метрического пространства, находящихся на максимально возможном расстоянии от данного множества. Множество называется метрически регулярным, если его двойное метрическое дополнение совпадает с ним самим. Впервые вопрос об описании таких множеств возник в связи с бент-функциями: именно их векторы значений составили первый пример метрически регулярного множества в булевом кубе. Изучение метрически регулярных множеств призвано пролить свет на многие нерешенные вопросы, связанные с бент-функциями, а также обеспечить конструкторов шифров новыми конструкциями бент-функций. Изучение взаимосвязи метрических свойств и кодовых параметров также нацелено на построение новых кодов с оптимальными свойствами. Новизна данных исследований заключается в применении к построению, классификации и исследованию криптографических булевых функций и кодов новых методов и подходов, основанных на исследовании их метрических свойств.

Исследования в данной области, несомненно, способствуют развитию технологий информационно-телекоммуникационных, управляющих, навигационных систем, поскольку обеспечивают безопасность хранения и передачи информации, развивая теоретические основы, связанные с построением методов шифрования и передачи информации.

Блокчейн.

Технология блокчейн находит широкое применение в различных областях, таких как финансовые технологии, электронное голосование, логистика и т.д. Данная технология позволяет построить децентрализованную одноранговую систему, которая не нуждается в посреднике, благодаря чему решает проблему доверия.

В открытых блокчейн-системах существует возможность просмотреть любую информацию, а также проследить всю историю транзакций. Идентификация пользователей в блокчейн-сети происходит по адресу их аккаунта, поэтому существует возможность отслеживать действия пользователя путем анализа транзакций, в которых участвует конкретный адрес, и сопоставления адреса аккаунта и пользователя.

Таким образом, открытые блокчейн-системы не обеспечивают необходимый уровень приватности информации и анонимности. Разработка алгоритмов сокрытия части информации транзакций позволит расширить область применения технологии блокчейн в промышленных программных комплексах.

Такие алгоритмы позволят поднять на качественно новый уровень использование технологий и программного обеспечения распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем для решения различных

прикладных задач, требующих сохранения конфиденциальности информации, что соответствует приоритетам научно-технологического развития Российской Федерации.

Криптографические примитивы для технологии блокчейн, устойчивые к взлому квантовым компьютером. Технология блокчейн используется в различных областях, где необходимо обеспечить взаимодействие между равноправными участниками сети: в банкинге и финансовых системах, системах регистрации и учета, игровых системах и других.

Согласно отчету Национального института стандартов и технологий США, некогда стойкие к атакам криптографические алгоритмы станут уязвимыми благодаря появлению квантовых компьютеров. С их помощью также будут возможны построение коллизий для хеш-функций и подделка цифровой подписи. Это приведет к возможности изменения и удаления данных в блокчейн-системах, что может повлечь за собой высокие финансовые и репутационные потери. Разработка криптографических примитивов, устойчивых к взлому квантовым компьютером поможет минимизировать описанные риски, что соответствует приоритетам научно-технологического развития Российской Федерации, в частности, в направлении информационно-телекоммуникационных систем и развития технологий информационных, управляющих, навигационных систем.

Системы уравнений в целых числах и криптосистемы на их основе.

В настоящее время активно ведется разработка квантовых процессоров, в том числе такими IT-гигантами как IBM, Intel, Google и другими. Это в очередной раз подтверждает интерес к данной технологии. Развитие этой области происходит быстро, NIST в своем докладе «Report on Post-Quantum Cryptography» уже к 2030-му году предсказывают появление такого квантового компьютера, который будет способен разбить RSA-2048, а, соответственно, и другие криптосистемы, основанные на решении схожих задач, всего за несколько часов. Это серьезная угроза безопасности обмена информацией, которая может быть особенно критичной для областей, касающихся военных и ракетно-космических технологий, технологий атомной энергетики, набирающих популярность технологий блокчейн и интернета вещей и информационно-телекоммуникационных систем в целом.

Таким образом, для защиты от утечки данных, которые должны быть приватными, необходим переход на новые системы шифрования, базирующиеся на задачах, которые являются NP-сложными и в мире квантовых вычислений. Одним из кандидатов для постквантовой криптографии, касающейся криптографии с открытым ключом, является направление многомерной криптографии, в основе которой лежит решение уравнений, основанных на многомерных полиномах над конечными полями. Развивая это направление, мы предлагаем использовать не поля, а кольца, переходя от таблиц операций к модульной арифметике, что может дать выигрыш в размерах ключей и скорости шифрования/расшифровки. Также важной частью исследований является поиск новых преобразований, поскольку, если будут найдены обратимые преобразования, благодаря которым станет возможно получить систему уравнений, где количество уравнений меньше количества неизвестных, в теории мы получим алгоритмически неразрешимую систему шифрования.

В рамках реализации исследовательской программы ПЗ. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Одной из наиболее захватывающих проблем, стоящих на стыке математики и информатики, является проблема изоморфизма комбинаторных объектов, в классической постановке – графов, которая состоит в нахождении наиболее эффективного алгоритма проверки изоморфизма двух данных конечных графов. Несмотря на значительные усилия многих математиков в последние 50 лет, время работы лучших из предложенных алгоритмов остается, по существу, экспоненциальным. Прорывом в этой области стал свежий результат Л. Бабаи (2016), предлагающий квазиполиномиальный алгоритм проверки изоморфизма. Основные составляющие этого алгоритма: теория групп, теория когерентных конфигураций (сильно регулярных комбинаторных объектов) и эффективные алгоритмы для групп и графов. Дальнейшее развитие этих преимущественно алгебраических методов в перспективе может привести к ответу на вопрос о существовании полиномиального алгоритма проверки изоморфизма графов (заметим, что отрицательный ответ означает, что $P \neq NP$). Таким образом, проблемы алгебраической комбинаторики, рассматриваемые в проекте (подробнее об этом ниже), создают теоретический задел для решения задач по пункту 18 «Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем» Перечня критических технологий Российской Федерации.

Одной из главных и исторически первичных задач алгебры и математики в целом является решение уравнений. Современные задачи в этой области связаны с математической логикой (теорией моделей), но методы исследования, необходимые для их решения, требуют комбинаторного изучения относительно свободных систем той или иной категории. В этом направлении можно отметить серию работ А. Мясникова и О. Харлампович, начавшиеся с решения проблемы Тарского (2008) и доказавшие алгоритмическую неразрешимость задачи решения систем уравнений во многих классах алгебр, а также Е. Зельманова (2016, 2017), содержащие обобщения теоремы Энгеля и проблемы Бернсайда для про-р-групп и связанных с ними алгебр Ли. В этих и многих других задачах ключевой момент состоит в теоретическом решении проблемы равенства в той или иной системе. Необходимой составляющей успешного решения данной проблемы является знание о строении и свойствах свободного объекта соответствующей категории. Таким образом, планируемые в рамках проекта исследования в комбинаторной алгебре (подробнее ниже), направленные на получение этого знания, необходимы для успешного развития алгебраической геометрии, теории моделей и других областей математики. Заметим, что тенденции развития математики приводят к тому, что классическая структурная теория ассоциативных и неассоциативных колец превращается во вспомогательную дисциплину, а на первый план выходят комбинаторные вопросы и приложения этих систем в других областях математики. Предлагаемая программа учитывает этот тренд: мы делаем акцент на изучении алгоритмических задач и исследовании взаимосвязей между структурами, возникающими в различных областях математики.

Отметим в заключение тесную связь между изложенными основными подходами. Так, вертексные алгебры (подробнее ниже) используются как в наших исследованиях конечных простых групп и связанных с ними

вопросах об инвариантах конечных геометрий, так и в исследованиях конформных алгебр, естественно возникающих в конформной теории поля и теории струн в математической физике.

Указанная тематика соответствует пункту 3 «Информационно-телекоммуникационные системы» приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

В настоящее время развитие информационных технологий приводит к изучению новых способов передачи и обработки информации. Исследования нашего проекта будут направлены на изучение следующих двух проблем современной информатики: создание протоколов передачи данных, устойчивых ко взлому, и разработка алгоритмов обработки больших данных и связанное с этим изучение моделей искусственного интеллекта. Важность данного направления исследований была отмечена в Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации (направление Н1).

Рассмотрим более подробно каждое из направлений проекта.

1. Ввиду появления новых методов взлома криптосистем (length based attack, linear decomposition attack) становится особо актуальной разработка принципиально новых криптосистем, устойчивых ко всем известным видам атаки. Одним из перспективных направлений является развитие криптографии, основанной на группах (group-based cryptography), в которой представление информации в виде элементов некоторых групп позволяет усилить стойкость криптосистемы. По данному направлению у участников проекта существует задел в виде опубликованных монографий [А. Myasnikov, V. Shpilrain, A. Ushakov. Group-based Cryptography. (Advances courses in Math., CRM, Barselona). Basel-Boston-Berlin: Birkhauser Verlag, 2008, 183 p.] и [Myasnikov A., Shpilrain V., Ushakov A. Non-commutative cryptography and complexity of group-theoretic problems. (Amer. Math. Soc. Surveys and Monographs). Providence, RI: Amer. Math. Soc., 2011. 385 p.] и нескольких десятков статей, написанных участниками проекта А.Г. Мясниковым и В.А. Романьковым. Также актуальность разработки стойких криптосистем подтверждается большим числом работ зарубежных ученых по данной тематике. Задачами проекта здесь являются: разработка новой системы шифрования с открытым ключом, основанной на трудной разрешимости проблемы вхождения в группы, обеспечение семантической стойкости предлагаемой системы, разработка системы распределения секрета с нулевым разглашением среди участников процесса, криптографический анализ ряда известных систем и протоколов алгебраического шифрования.

2. Еще одним направлением работы проекта, явно отмеченным в Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации, является изучение новых моделей анализа данных и искусственного интеллекта. В настоящее время набирают популярность методы анализа данных, в которых анализируемые объекты представляются не числовыми векторами, а элементами некоторых алгебраических систем (графов, предикатных структур, подмножествами топологических пространств и т.д.). Это приводит к тому, что в настоящее время наряду с указанными выше алгебраическими системами активно изучаются вероятностные логики, функции расстояния и различные асимптотические оценки.

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Многие вычислительные задачи на практике неразрешимы из-за их высокой вычислительной сложности или объема обрабатываемых данных. Например, многие задачи машинного обучения, оптимизации транспорта, логистики и производства, размещения предприятий, анализа данных, биоинформатики, и инженерии знаний относятся к классу так называемых NP-трудных задач. Зачастую даже нахождение хотя бы приближенного решения является NP-трудной задачей. Для NP-трудных задач неизвестны алгоритмы, трудоемкость которых зависит полиномиально от длины входа, и общепринято предположение, что невозможно построить такие алгоритмы для NP-трудных задач даже при возникновении работоспособного квантового компьютера. Однако алгоритмы с экспоненциальной трудоемкостью не в состоянии решить вычислительные задачи даже при маленьких объемах данных, так что человечество стоит перед труднорешаемыми, но практически значимыми вычислительными задачами, которые с помощью известных алгоритмов не решаются даже при на сегодняшний день немыслимом развитии вычислительной техники. Поэтому улучшение алгоритмов, разработка новых парадигм построения алгоритмов и исследование их границ являются актуальными и ключевыми задачами для развития критических технологий Российской Федерации, таких как:

- технологии информационных, управляющих, навигационных систем,
- технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем,
- технологии мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения,
- технологии энергоэффективного производства и преобразования энергии на органическом топливе.

Также разработка новых парадигм построения алгоритмов для задач анализа данных, дискретной оптимизации и биоинформатики соответствует приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники Российской Федерации, таким как:

- безопасность и противодействие терроризму,
- информационно-телекоммуникационные системы,
- науки о жизни,
- транспортные и космические системы,
- энергоэффективность, энергосбережение, ядерная энергетика.

За пределами Российской Федерации выявлению границ улучшения алгоритмов придается такое значение, что Математический институт Клэя относит вопрос о существовании полиномиальных алгоритмов для NP-трудных задач к проблемам тысячелетия и за решение вопроса обещает один миллион долларов.

Так как на данный момент полиномиальные алгоритмы для NP-трудных задач неизвестны (и ответ на вопрос об их существовании ожидается скорее отрицательный), на практике они часто решаются так называемыми эвристиками – алгоритмами без гарантированных оценок трудоемкости или точности найденного решения. Эвристики часто дают удовлетворительные результаты на практике, но их успех теоретически не обоснован и причина успешной работы непонята.

Главная идея многомерного анализа сложности заключается в следующем: для NP-трудных задач неизвестны алгоритмы с трудоемкостью, зависящей полиномиально от длины входа. Однако измерение сложности

вычислительных задач в зависимости от лишь одной переменной (длины входа), как это принято еще с 1960-х годов, недостаточно и у представителей других точных наук вызвало бы смех. Сложность следует анализировать относительно дополнительных параметров, измеряющих структурные свойства входных данных. Поэтому с 2000-х годов многомерный анализ сложности или параметризованная теория сложности начала бурно развиваться во всем мире и позволяет бороться с труднорешаемыми вычислительными задачами по трем фронтам:

1. NP-трудная задача вполне может иметь алгоритм с трудоемкостью, зависящей как полином низкой степени от длины входа, а сверхполиномиально или экспоненциально – лишь от дополнительных параметров. Если параметры принимают малые значения на практике, то такие алгоритмы могут быстро решить NP-трудную задачу в приложениях. Для нахождения таких так называемых параметризованных алгоритмов или для доказательства их отсутствия требуется многомерный анализ сложности задач.

2. Многомерный анализ сложности способствует пониманию работы эвристик: если эвристика решает задачу быстро и почти оптимально, то, как правило, из-за структурных свойств входных данных. Требуется найти параметры, измеряющие эти свойства, и доказать гарантированную оценку трудоемкости и точности относительно этих параметров.

3. Многомерный анализ сложности также породил понятие кернелизации – подход к доказуемо эффективному сокращению объемов данных. Кернелизация позволяет ответить на вопросы из ряда «насколько и как быстро возможно сократить входные данные, если требуется, чтобы при этом оптимальность решения не пострадала (или пострадала не сильнее, чем на заданный процент)». Таким образом, многомерный анализ сложности привел к важному подходу в борьбе с большими объемами данных.

Каким бы эффективным алгоритм ни был, всегда возникает вопрос о возможности его дальнейшего улучшения в смысле снижения его трудоемкости или улучшения точности. Относительно недавно, с 2015 года, исследователи во всем мире активно принялись доказывать нижние оценки трудоемкости алгоритмов или разрыва от оптимума при заданной желаемой трудоемкости. Доказательства нижних оценок, как правило, опирается на общепринятые гипотезы теории алгоритмов, такие как гипотеза экспоненциального времени. Целью таких исследований является построение алгоритмов, которые по трудоемкости или точности оптимальны, то есть доказуемо неулучшаемы. При этом выявляются важные взаимоотношения между вычислительными задачами: улучшение алгоритма для одной задачи привело бы к улучшению алгоритмов для целого ряда других труднорешаемых задач.

В рамках реализации исследовательской программы П4 «Физико-математическое моделирование технологических процессов»

П_4.21.1. Пространственные динамические стохастические процессы

Актуальность и значимость исследований диктуется как необходимостью развития современных фундаментальных направлений теории вероятностей и математической статистики, так и востребованностью вероятностных методов в широком круге приложений.

Разработанные методы и полученные результаты будут иметь большую научную значимость, так как позволят исследовать качественно новые эффекты и получать новые качественные и количественные результаты в широком спектре случайных процессов и применять их при изучении различных физических, биологических, медицинских, транспортных, коммуникационных, страховых и иных проблем и задач.

Планируемые научные исследования преследуют следующие цели:

1. Введение различных классов новых пространственных динамических стохастических моделей и разработка новых вероятностных и статистических методов их анализа; применение современных статистических тестов к реальным данным в медицинских исследованиях.
2. Разработка новых пространственных динамических моделей на стыке теории массового обслуживания/передачи информации и стохастической геометрии, а также методов их вероятностного анализа. Работа в данном направлении является очень своевременной и важной как с теоретической, так и с практической точек зрения. Современный прогресс в области пространственной мобильности операций в реальных системах требует быстрого развития соответствующего математического аппарата, и здесь возникает много сложных и рискованных проблем. Для этого, в частности, необходимо развивать фундаментальные исследования различных проблем сложных многомерных стохастических (обновляющихся) процессов. Необходимо разработать статистические методы и инструменты для решения сложных статистических задач, и регрессионные модели являются здесь ключевыми компонентами. В частности, правильное использование статистических моделей представляется весьма полезным для медицинских исследований.

П_4.21.2. Обратные задачи в естественных науках

Актуальность и значимость исследований диктуется необходимостью разработки теории и эффективных численных алгоритмов решения многомерных прямых и обратных задач акустики, электродинамики, теории упругости, а также необходимостью создания отечественного программного обеспечения для акустического, электромагнитного и сейсмического зондирования сложных геофизических сред, дорожных покрытий, дефектоскопии и неразрушающего контроля.

Одной из основных проблем при решении многомерных прямых и обратных задач акустики, электродинамики и сейсмики является большой размер вычислительных областей. Например, в динамических задачах теории упругости размеры исследуемой среды достигают нескольких десятков кубических километров, а характерные размеры искомых неоднородностей могут варьироваться от десятков до сотен квадратных метров, что требует применения высокоточных схем высокого порядка и высокопроизводительных вычислительных систем.

Обоснованна также и необходимость создания отечественного программного обеспечения для акустического, электромагнитного и сейсмического зондирования сложных геофизических сред, дорожных покрытий, дефектоскопии и неразрушающего контроля.

Исследование заключается в практическом нахождении решения прямых и обратных задач геофизики и разработки новых методов поиска полезных ископаемых на основе сейсмических данных.

Актуальность сочетания прямых вероятностных представлений для PDE и статистического вывода отчетливо видна в последних междисциплинарных исследованиях во многих прикладных областях, где как теории, так и реальные проблемы разрабатываются в тесной связи. Команда проекта сосредоточится на последних исследованиях в области фотоники и наноразмерной электроники в рамках совместной работы с группой в Институте твердотельной электроники имени Пауля Друде (Берлин).

Рассматриваемые обратные задачи геометрии и топологии находятся на переднем крае как интегральной геометрии, так и вычислительной и прикладной топологии. Прогресс позволил бы создавать новые методы в приложениях.

Проблемы в проекте новые, соответствуют передовому научному уровню и во многом являются приоритетными. Ожидаемые результаты проекта будут получены впервые в мире и укрепят лидирующие позиции российской научной школы в области теории и численных методов решения обратных задач.

Научная значимость решения задачи заключается в том, что для решения этих задач будут использованы передовые достижения прикладной математики: теория обратных задач, регуляризация, методы параллельных вычислений на суперкомпьютерах, многомерное математическое моделирование на суперкомпьютерах, численное статистическое моделирование.

Разработка методов и алгоритмов может быть использована в умных цифровых нефтепромысловых технологиях.

Есть большие надежды на то, что изучение построенных математических моделей и методов обратных задач геометрии и топологии поможет получить эффективно работающие иерархические катализаторы Al_2O_3 , что в настоящее время является одной из глобальных задач химической промышленности РФ.

В рамках реализации исследовательской программы П5 «Задачи классификации в математике и теоретической информатике»

П_5.21.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

Актуальность и значимость исследований диктуется тем, что проект направлен на развитие алгоритмических, логических и алгебраических методов решения важных проблем, возникающих на стыке математики и информатики, а также в быстро развивающейся data science. Сложные алгоритмы всегда опираются на нетривиальные математические методы. В частности, криптография использует теорию Галуа; в базах данных используются методы математической логики; прикладные вычислительные методы опираются на топологические подходы; в вычислительной биологии и физиологии используются уравнения в частных производных и метод конечных элементов. Тем не менее, существует значительный разрыв между практическими алгоритмами и теоретическими методами, разработанными в современной чистой математике. Это связано с тем, что упомянутые выше приложения достаточно часто оказываются несистематическими в следующем смысле: различные алгоритмические проблемы требуют для своего решения существенно разных математических методов. Кроме того, в data science есть много эвристических алгоритмов, не имеющих

строгого математического обоснования. Отсутствие системного рамочного подхода приводит к тому, что формальная верификация подобных алгоритмов является довольно трудной задачей.

В рамках планируемых исследований методы современной теории вычислимости (в том числе вычислимость по Тьюрингу и приоритетные конструкции) будут применяться для того, чтобы методологически объединить и развить актуальные области современной математики и информатики. Эти области включают следующие направления: новая теория онлайн вычислений; проблемы классификации в математике и теоретической информатике; теоретические методы, основанные на теории определимости и приоритетных конструкциях. В проекте предлагается единый подход к этим областям, основанный на уточнениях и обобщениях общепринятого теоретического понятия вычислимости, введенного Тьюрингом.

П_5.21.2. Аксиальные алгебры и связанные с ними

Теория групп и теория неассоциативных алгебр имеют давнюю общую историю. Например, теория групп Шевалле и их скрученных аналогов, разработанная Шевалле, Стайнбергом, Тицом и Херцигом, основана на результате Киллинга и Картана, в котором классифицируются простые конечномерные алгебры Ли над полем комплексных чисел.

Позже, в XX веке, специалисты по квантовой физике хотели найти алгебраические системы, которые бы обобщали эрмитовы матрицы. Это привело к возникновению новых классов неассоциативных алгебр, таких как алгебры Йордана. Важный математический инструмент в теории струн, известный как теория алгебр вершинных операторов, был введен Борчердсом в 1986 году. Несомненно, такие неассоциативные алгебры нашли своё применение в теории групп.

Одним из прорывов в математике XX века считается доказательство классификации конечных простых групп. Известно, что алгебры Йордана связаны с классическими и исключительными простыми группами. Также среди конечных простых групп есть 26 так называемых спорадических групп. Самая большая спорадическая группа, называемая Монстром ввиду огромного порядка, была построена как группа автоморфизмов $196,884$ -мерной неассоциативной алгебры Гриса. Удивительно, что эта алгебра также возникает как компонента веса 2 в т. н. Moonshine алгебре вершинных операторов V^h .

Вдохновлённый работой Сакумы про подалгебры алгебры V^h , Иванов аксиоматизировал свойства алгебр вершинных операторов. Сегодня этот подход известен как теория Майорана. В рамках этой теории можно изучать сложные объекты (например, алгебру Гриса), используя небольшой набор аксиом и язык алгебры.

Аксиальные алгебры были введены Холлом, Ререном и Шпекторовым в последние десять лет как широкое обобщение теории Майорана и алгебры Гриса. Кроме алгебр Майорана, аксиальные алгебры также включают алгебры Йордана, порождённые идемпотентами, и алгебры Мацуо, соответствующие группам 3-транспозиций. Таким образом, этот класс даёт общий подход для изучения, на первый взгляд, разных объектов.

Недавно, за пределами алгебры и квантовой физики, возник интерес к аксиальным алгебрам. Таким образом, возможно широкое взаимодействие и применение этой темы в математике и естественных науках.

П_5.21.3. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Планируемые в рамках проекта исследования тесно связаны с известными проблемами современной математики — проблемой изоморфизма графов, групп, фракталов, квандлов, проблемой эквивалентности узлов — и находятся на стыке алгебры, геометрии, комбинаторики, комплексного и комбинаторного анализа, математической логики и теории вычислительной сложности. Все эти процветающие отрасли математики тесно взаимосвязаны в нашем проекте.

Теория групп и их представлений естественно возникает при изучении проблемы изоморфизма графов, последняя не может быть решена чисто комбинаторными методами, как следует из теоремы Кая – Фюрера – Иммермана. С другой стороны, все еще остается открытым вопрос о том, может ли проблема изоморфизма групп (как структур тернарных отношений) быть решена с помощью чисто комбинаторных методов, и мы движемся к ее решению в терминах WL -размерности групп.

Понятие WL -размерности возникает из математической логики, поэтому неудивительно, что многие результаты по WL -размерностям имеют естественные логические интерпретации. С другой стороны, результаты, полученные за последние 20 лет, показывают эквивалентность WL -размерности и геометрических инвариантов теории дискретной оптимизации и алгебраических инвариантов теории когерентных конфигураций.

Подход, введенный независимо Д. Джойсом и С. Матвеевым, позволяет переводить проблемы эквивалентности узлов на язык их алгебраических инвариантов – квандлов узлов. Исследования самоподобных континуумов мотивированы проблемой классификации фракталов, возникающих как бесконечные деревья. Они являются универсальными покрытиями для общих фракталов и считаются очень удобным инструментом в теории групп, общей топологии, геометрии, сложной динамике и теории графов.

На языке теории групп изучение топологических кристаллов соответствует описанию и подсчету подгрупп в кристаллографических группах (понимаемых в широком смысле). Результаты наших исследований в топологической кристаллографии могут быть использованы в компьютерной геометрии, теории дискретных многообразий, а также в классической теории групп и геометрическом анализе. Более того, топологические кристаллы возникают как математические модели кристаллов в математической химии, кристаллографии и статистической физике, а также при моделировании бесконечных периодических графов.

П_5.21.4. Криптография и информационная безопасность

Актуальность и значимость исследований диктуется тем, что основная задача проекта – изучение современных и сложных математических проблем, связанных с реальными криптографическими приложениями, а также получение новых задач в качестве результата. В сфере интересов команды проекта находятся математические проблемы создания стойких шифров и их компонент, методов криптоанализа, доказательства устойчивости криптосистем, разработка криптографических протоколов, применяемых в технологиях блокчейн, создание систем для эффективных вычислений в обычном и квантовом смысле.

Актуальность исследований в области криптографии и компьютерной безопасности более чем очевидна. Шифры, которые используются каждый день в мобильных и беспроводных сетях, Интернет-коммуникациях,

для совершения банковских операций и т.д., основаны на фундаментальных идеях дискретной математики и алгебры, на хорошо разработанных алгоритмах и доказанной вычислительной сложности некоторых из них. Например, про APN-функции известно, что их конструкции используются в шифре AES, являющемся стандартом шифрования США, и легких шифрах, таких как FIDES. Разрабатываемые членами команды проекта SAT-решатели могут быть использованы для проведения криптоанализа поточных шифров, таких как Grain и других. Некоторые специальные системы алгебраических уравнений, которые решаются командой, возникли при анализе реальных криптографических стандартов, таких как Simon и Speck.

Одним из приоритетных направлений научно-технологического развития Российской Федерации является обеспечение защищенности ее национальных интересов в информационной сфере – информационной безопасности Российской Федерации. Согласно доктрине информационной безопасности Российской Федерации государственная политика подразумевает приоритетное развитие отечественных современных информационных и телекоммуникационных технологий, способных обеспечить совершенствование национальных телекоммуникационных сетей. Данная деятельность непосредственно затрагивает такое приоритетное направление, как «Информационно-телекоммуникационные системы», а также следующие критические технологии Российской Федерации: «Нано-, био-, информационные, когнитивные технологии», «Технологии информационных, управляющих, навигационных систем», «Технологии и программное обеспечение распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем».

В рамках реализации исследовательской программы Пб «Математические основания физики»

П_6.21.1. Геометрический анализ и его приложения

Нетривиальные задачи оптимизации, вариационного исчисления и оптимального управления возникают неизбежно в разнообразных областях естествознания, инженерии, промышленности, когда желательно обеспечить наилучшее – в некотором смысле – поведение системы при ограничениях на имеющийся ресурс. Математическая теория оптимального управления, особенно после книги Л. С. Понтрягина и учеников, разработала широкий спектр подходов и методов для исследования таких задач. Начиная с 1970-х годов активно развивается геометрическая теория управления, объединяющая классические методы Понтрягина с современной техникой дифференциальной геометрии, теории групп и алгебр Ли, симплектической геометрии, теории динамических систем, топологии, теории особенностей для решения задач управляемости, эквивалентности, стабилизируемости, оптимального управления для гладких задач с конечномерным (обыкновенные дифференциальные уравнения) или бесконечномерным (уравнения в частных производных) пространством состояний. В последние 20 лет субриманова геометрия оформилась в самостоятельную область исследований, удивительным образом переплетая теорию оптимального управления с геометрическим анализом, теорией стратифицированных групп, теорией вероятностей, теорией уравнений в частных производных. С точки зрения оптимального управления, задача субримановой геометрии есть задача с линейной по управлению динамикой и квадратичным по управлению интегральным функционалом – весьма специальный класс задач, представляющий тем не менее крайне нетривиальные теоретические задачи, и имеющий разнообразные, часто неожиданные, области приложений (движение мобильных роботов с

прицепами, качение твердых тел, исследование траекторий движения летательных аппаратов, астродинамика, динамика черных дыр, экономика, антропоморфные модели первичной зрительной коры головного мозга, методы восстановления и улучшения изображений в компьютерной графике и медицине, управление квантовыми системами, моделирование молекул ДНК, описание движения микроорганизмов). Уравнения, образованные неголономными системами векторных полей, возникают в различных областях математики и прикладных задачах. Поставленные в рамках проекта задачи относятся к технологиям информационных, управляющих, навигационных систем и наукам о жизни.

Пространства Карно – Каратеодори, их частные случаи (группы Карно) и обобщения (сублоренцевы структуры) являются объектами интенсивных исследований в теории уравнений в частных производных, теории потенциала, квазиконформном анализе и теории пространств Соболева, в теории оптимального управления, в геометрической теории меры, в теории минимальных поверхностей, в комплексном анализе, в различных задачах физики, в технических науках, связанных с робототехникой и механикой. Нильпотентные группы и многообразия, порожденные векторными полями, удовлетворяющими условию Хёрмандера, с неримановой метрикой изучаются и используются в теории субэллиптических уравнений, в задачах неголономной механики. Изучение квазиконформных отображений на неримановых пространствах было начато Д. Мостовым в 1973 году. Чуть позже появились работы Р. Pansu, Г. Маргулиса, Г. Д. Мостова, А. Koranyi, Н. Reimann, С.К. Водопьянова, в котором изучались квазиконформные отображения и отображения с ограниченным искажением на группах Карно и более общих пространствах Карно - Каратеодори. Мотивацией для изучения различных классов пространств Соболева является возможность применения результатов функционально-геометрического подхода к некоторым вопросам квазиконформного анализа в вариационных задачах нелинейной теории упругости. Основы данного подхода были созданы в середине 1970-х годов благодаря идеям научной школы Ю.Г. Решетняка. Один из первых результатов в этом направлении был применен Дж. Боллом для математического обоснования нескольких вариационных задач в нелинейной теории упругости. С 70-х годов две теории развивались независимо друг друга: одна в Новосибирске, другая в Англии, Финляндии, Германии, США и ряде других стран. Знания в области квазиконформного анализа, собранные за это время, позволили серьезно ослабить аналитические требования, налагаемые на класс допустимых деформаций, возникших в подходе Болла, и получить качественно новые результаты. В начале 2000-х гг В.М. Миклюков начал изучать различные задачи анализа на абстрактных поверхностях. Не давая пока что точного определения, отметим их основное свойство: расстояние между точками на абстрактной поверхности зависит от направления, по которому мы движемся из одной точки в другую. Можно сказать, что абстрактная поверхность симулирует анизотропную среду. К тому же, абстрактная поверхность может иметь огромное множество сингулярных точек. Это позволяет с помощью такой поверхности моделировать среду со смещениями (концепция смещения была использована в работах С.К. Годунова и Е.И. Роменского). В своих монографиях В.М. Миклюков сформулировал множество задач, многие из которых до сих пор не решены. Задачей команды проекта является решение некоторых из них.

П_6.21.2. Геометрические аспекты математической физики

Пусть Ω – выпуклая область в R^2 с гладкой границей $\gamma = \partial\Omega$. Предположим, что частица движется прямолинейно внутри Ω ; достигая границы γ , она отражается по закону геометрической оптики. Эта динамическая система называется бильярдом Биркгофа. Теория математических бильярдов – это важнейший раздел теории динамических систем. В математических бильярдах получено много интересных и содержательных результатов. Отметим здесь теорему Лазуткина: если бильярдная область ограничена выпуклой достаточно гладкой кривой, кривизна которой нигде не обращается в 0, тогда в окрестности границы имеется бесконечно много каустик. Теорема Лазуткина – это один из наглядных примеров в КАМ теории. С каустиками связана знаменитая гипотеза Биркгофа об интегрируемых бильярдах. А именно: предположим, что бильярдная область ограничена гладкой выпуклой кривой и в окрестности границы область расслаивается на каустики. Гипотеза Биркгофа говорит о том, что в этом случае выпуклая кривая является эллипсом. В последнее время по гипотезе Биркгофа получен ряд замечательных результатов, но в полной мере эта гипотеза не доказана.

Математическая физика предоставляет подходящие инструменты для описания глубокой связи между перечислительными инвариантами, связанными с подсчетом замкнутых кривых и кривых с границей. Сюда входят открытые уравнения Виттена – Дайкграфа – Верлинде – Верлинде (WDVV), обнаруженные Дж. Соломоном, и открытые уравнения Кортвега – де Фриза, найденные Дж. Соломоном, Р. Пандхарипанде и Р. Тесслером.

Развитие методов исследования задач со свободными границами для систем законов сохранения (в частности гиперболических систем законов сохранения) важно не только для общей теории эволюционных уравнений с частными производными (гиперболических, гиперболично-эллиптических и т.д.), но и для различных приложений к конкретным моделям математической физики. Данная проблематика включает в себя развитие методов доказательства теорем существования и единственности для квазилинейных гиперболических систем, а также систем типа уравнений Эйлера несжимаемой жидкости в областях со свободными границами при условии, что соответствующие линеаризованные задачи слабо корректны (удовлетворяют слабому, а не равномерному условию Лопатинского), а символ свободной границы неэллиптивен. Важной частью этой подобласти математической физики является также дальнейшее развитие математической теории ударных волн и контактных разрывов. Система уравнений магнитной гидродинамики моделирует движение проводящей среды в магнитном поле. Одним из примеров проводящей среды является плазма. Задачи со свободной границей плазма-вакуум для системы магнитной гидродинамики возникают при математическом моделировании удержания плазмы магнитными полями. Большая часть теоретических исследований в области магнитной гидродинамики была посвящена поиску критериев устойчивости состояний равновесия. В астрофизике задача со свободной границей плазма-вакуум может быть использована для моделирования движения звезды или солнечной короны с учетом магнитных полей. Для задач со свободной границей, описывающих движение идеальной жидкости без магнитного поля, влияние поверхностного натяжения может иметь решающее

значение для корректности, в частности, поверхностное натяжение может подавить некорректность задачи, связанной с неустойчивостью Рэлея – Тейлора.

П_6.21.3. Дифференциальные уравнения и динамические системы

Одним из основных направлений исследования является построение теории краевых задач для обобщенногиперболических уравнений соболевского типа, которые являются не разрешенными относительно старшей производной по времени. Этот новый класс уравнений в частных производных был введен в работах исполнителей проекта. Он включает в себя некоторые известные уравнения: уравнение Соболева, уравнение Рэлея – Бишопа, уравнение Рэлея – Лява, а также новые еще неисследованные уравнения, которые появляются при моделировании динамического поведения стержней, систем стержней, балок и др. Необходимость в изучении новых дифференциальных уравнений связана с увеличением скоростей и мощностей машин и механизмов, широкого внедрения новых материалов и недостаточного соответствия классических моделей при описании напряженно-деформационного состояния конструкций. Результаты разработанной теории станут основой для создания актуальных вычислительных инструментов, направленных на решение задач, возникающих при проектировании прочных тонкостенных конструкций в авиации, ракетной и космической технике, кораблестроении и др.

Одной из целей проекта является построение теории прямых и обратных задач для различных классов неклассических дифференциальных уравнений (уравнения, не являющиеся гиперболическими, параболическими или эллиптическими) и дифференциально-операторных уравнений. Актуальность тематики и ее значимость определяются как потребностями самой математики, так и нуждами математического моделирования. В частности, при моделировании различных процессов современной физики, механики, биологии, геофизики и др. возникает необходимость учитывать новые эффекты и факторы, ранее считавшиеся малозначительными, что неизбежно приводит к новым задачам для дифференциальных уравнений или к задачам для новых неклассических дифференциальных уравнений.

В рамках проекта будут исследоваться уравнения с запаздыванием. Большой интерес к этим уравнениям связан с необходимостью решения важных прикладных задач, в которых существенную роль играет эффект запаздывания по времени. Уравнения с запаздыванием возникают во многих задачах теории автоматического регулирования и управления, автоматики и телемеханики, радиофизики, при моделировании процессов иммунологии, при изучении генных сетей, экономики и т.д. В рамках проекта будет исследоваться проблема устойчивости для различных классов уравнений с запаздыванием: будут установлены условия устойчивости, получены оценки, характеризующие скорость стабилизации решений, найдены области притяжения. Теоретические результаты будут использованы при изучении некоторых моделей биологии и механики.

Прогресс в развитии таких областей как машиностроение, медицинская техника, технологии строительства, военно-промышленный комплекс связан со значительным увеличением доли применения композиционных материалов. Это обусловлено тем, что композиционные материалы позволяют повысить прочностные свойства элементов конструкций и снизить их вес. Под композиционным материалом понимается неоднородная сплошная среда, состоящая из нескольких материалов и тел, свойства и поведение которых могут существенно отличаться друг от друга. В частности, композиционные материалы могут состоять из упругой (вязкоупругой) среды, которая содержит тонкие жесткие и упругие (вязкоупругие) волокна. Отметим, что в настоящее время широкое применение получают композиционные материалы, содержащие углеродные нанотрубки, так как они обладают высокой прочностью и жесткостью. В силу плохой адгезионной способности тонких включений может происходить разрыв волокон, отслоение их от упругой матрицы, изменение свойств волокон, вытягивание волокон. Наличие дефектов в композите, вызванных как технологическими процессами, так и эксплуатационными, как правило, снижает жесткость и прочность конструкций, но в некоторых случаях, наоборот, может повысить их трещиностойкость. Таким образом, изучение краевых задач для неоднородных материалов, содержащих тонкие волокна, важно с точки зрения конструирования композиционных материалов, моделирования их поведения и оптимизации их характеристик. Композиты, армированные жесткими и упругими волокнами, являются перспективными материалами для будущего применения. В то же время, несмотря на многочисленные преимущества подобных композитных материалов, их поведение не всегда очевидно в силу ряда особенностей, характерных для многофазных композитов и негладких границ. Речь, в частности, идет о потере устойчивости и развитии трещин отслоения волокон от окружающего упругого тела. Исследование указанных явлений с точки зрения соответствующих краевых задач является важным звеном анализа.

Нелинейные дифференциальные и операторные уравнения являются современными математическими моделями вихревых и волновых процессов в геофизической гидродинамике. Бифуркации решений таких уравнений описывают изменения в сложных природных системах, происходящие в результате развития внутренних неустойчивостей или внешних воздействий. Понимание ключевых закономерностей этих явлений необходимо для создания и развития критических технологий мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды.

П_6.21.4. Современные математические модели и численные методы ньютоновской механики сплошных сред с применением к геофизике

Актуальность и значимость исследований диктуется тем, что развитие современных промышленных технологий, методов охраны окружающей среды и междисциплинарных исследований требует новых современных математических и вычислительных моделей. Как правило, возникающие новые проблемы являются мультифизическими, многомасштабными и требуют для своего решения высокоточных методов и высокопроизводительных вычислительных систем. Обычно при исследовании мультифизической задачи

используются частные модели физических процессов и явлений, а решение задачи в целом требует сопряжения этих моделей. Такой подход требует постановки условий сопряжения как теоретически, так и численно (граничные условия для границ раздела разного типа сред, методы обработки внешних и внутренних границ при численном моделировании и т.д.), что обычно является отдельной сложной задачей. Существует альтернативный подход к моделированию мультифизических задач, разработанный авторами проекта и заключающийся в построении унифицированной модели сплошной среды, которая позволит на основе единой системы определяющих дифференциальных уравнений моделировать весь спектр поведения среды и процессов в ней. В этом подходе мультифизичность и многомасштабность учитываются с помощью нелинейных замыкающих соотношений, а законы сохранения управляют граничными взаимодействиями. Такой подход значительно упрощает вычислительные методики, поскольку для моделирования можно использовать прямоугольные (параллелепипедные) сетки, а граничные взаимодействия можно учитывать методом диффузного интерфейса.

Основой для разработки унифицированной модели сплошной среды является теория симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем. Такой подход позволяет сформулировать математически корректные модели, удовлетворяющие неравновесным законам термодинамики и обеспечивающие достоверность полученных численно результатов.

В последние годы авторами проекта была разработана базовая унифицированная модель, описывающая упругие и упругопластические процессы в твердом теле, а также течение теплопроводной вязкой и невязкой жидкости (в том числе при наличии электромагнитного поля) с помощью единой системы определяющих дифференциальных уравнений. Эта модель была обобщена для описания релятивистского течения вязкой теплопроводной жидкости и для учета процессов повреждаемости и разрушения упругопластической среды. Отметим, что классические законы Навье–Стокса–Фурье механики вязкой теплопроводной жидкости можно рассматривать как асимптотический предел унифицированной модели для малых времен релаксации касательных напряжений и теплового импульса. Для численного решения уравнений унифицированной модели были разработаны высокоточные методы (с использованием пространственно-временных адаптивных Декартовых сеток (AMR) на основе дискретного метода Галеркина с апостериорными ограничителями), с использованием которых были решены многие тестовые задачи и показаны перспективы разработанного подхода. В настоящее время авторы проекта занимаются разработкой вычислительных схем решения унифицированной модели, обладающих теми же свойствами, что и дифференциальные уравнения (сохранение стационарных условий совместности и сохранение асимптотического поведения решения).

Унифицированная модель была разработана и успешно применена авторами в исследованиях, проведенных в рамках проекта EхаНуРЕ, финансируемого Европейской комиссией в рамках программы Horizon 2020. В проекте EхаНуРЕ было решено серия задач с использованием этой модели, в частности, некоторые задачи о течениях вязкой жидкости и о разрушении геологических структур.

В международном научном сообществе существует большой интерес к этому направлению исследований. Например, наша унифицированная модель сплошной среды успешно используется для решения различных научных и прикладных задач в лаборатории научных вычислений Кембриджского университета, возглавляемой

		<p>профессором Н. Никифоракисом. Идея единой модели также прорабатывается в группе профессора С. Леле из Стэнфордского университета.</p> <p>Результаты исследований по теории симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем и унифицированной модели сплошной среды были представлены на многих научных конференциях. В марте 2020 года руководитель проекта прочитал серию лекций на семинаре «Перспективы многофазной гидродинамики, механики сплошных сред и гиперболических законов сохранения» в Университете Отто фон Герике в Магдебурге.</p> <p>Недавно участники проекта представили свои результаты по темам, связанным с проектом, на семинаре «Численные методы сохранения структуры для гиперболических уравнений», который проходил на платформе Zoom и был организован профессором Кристианом Клиненбергом из Вюрцбургского университета.</p> <p>Дальнейшее развитие и расширение унифицированной симметрической гиперболической термодинамически согласованной модели, применимой к различным областям механики сплошных сред, имеет несомненную важность. В проекте планируется рассмотреть возможность расширения унифицированной модели для описания многофазных течений сложной реологии в деформируемой пористой среде, что будет иметь важное значение во многих промышленных приложениях механики, а также в геофизических задачах.</p>
2.	<p>Соответствие предложенной программы научных исследований трендам и уровню развития в области математических и смежных наук</p>	<p>Все заявленные направления исследований являются принципиально новыми и актуальными, они вызывают огромный интерес специалистов во всем мире и несомненно являются критически важными для развития современной научной картины мира. Кроме решения актуальных задач, возникающих в других естественных науках (физике, химии, биологии, медицине и т.д.) предполагается сконцентрировать значительные усилия на задачах, возникших в результате бурного развития вычислительной техники и технологий, связанных с проблемами обработки больших данных, машинным обучением, разработкой и реализацией быстрых эффективных алгоритмов, в том числе для суперкомпьютеров и т.д.</p> <p>В рамках реализации исследовательской программы П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»</p> <p>П_1.19.1. Геометрические аспекты математической физики.</p> <p>В последнее время по гипотезе Биркгофа об интегрируемых бильярдах получен ряд новых и интересных результатов. У гипотезы Биркгофа имеется важный с точки зрения механики частный случай. Предположим, что имеется дополнительный первый интеграл, который является полиномом по компонентам скорости (это предположение очень естественно с точки зрения механики). Первые важные результаты по этому случаю были получены С.В. Болотиным тридцать лет назад. Новый подход к гипотезе Биркгофа в этом случае получен недавно в работе [М. Бялый, А.Е. Миронов «Angular billiard and algebraic Birkhoff conjecture». <i>Advances in Math.</i> 2017. Vol. 313. P. 102-126]. Используя эти результаты, А. Глуцок завершил доказательство алгебраической версии гипотезы: [«On polynomially integrable Birkhoff billiards on surfaces of constant curvature, <i>Journal of European Mathematical Society</i> (accepted)»]. Другой подход к гипотезе Биркгофа основан на теории КАМ. В</p>

работах [A. Avila, V. Kaloshin, J. De Simoi, «An integrable deformation of an ellipse of small eccentricity is an ellipse», *Annals of Mathematics*, Vol. 184 (2016), 527—558] и [V. Kaloshin, A. Sorrentino, «On the local Birkhoff Conjecture for convex billiards, with», *Annals of Mathematics*, Vol. 188 (2018), 315—380] доказана локальная версия гипотезы, а именно: если бильярдный стол близок к эллипсу, то гипотеза верна.

А. Буряком предложена конструкция, которая по произвольной когомологической теории поля строит гамильтонову иерархию уравнений в частных производных эволюционного типа с одной пространственной переменной. Полученная иерархия называется DR иерархией. Выдвинута гипотеза, что DR иерархия и иерархия топологического типа связаны полиномиальной заменой переменных. В работе [A. Buryak, J. Guere, P. Rossi. «DR/DZ equivalence conjecture and tautological relations». *Geometry and Topology* (to appear)] эта гипотеза сведена к геометрическому утверждению об определенных соотношениях в когомологиях пространства модулей алгебраических кривых. Теперь для доказательства гипотезы Дубровина–Жанга достаточно доказать когомологические соотношения из работы, упомянутой выше, что и является основным подходом к доказательству гипотезы Дубровина – Жанга, который будет реализовываться в рамках ММЦ.

Что касается теории Гивенталья для открытых инвариантов Громова–Виттена, то наш проект основывается на работах [A. Buryak, R. J. Tessler. «Matrix models and a proof of the open analog of Witten's conjecture». *Communications in Mathematical Physics* 353 (2017), no. 3, 1299–1328.], [A. Buryak «Open intersection numbers and the wave function of the KdV hierarchy». *Moscow Mathematical Journal* 16 (2016), no. 1, 27–44.] и [A. Basalaev, A. Buryak. «Open WDVV equations and Virasoro constraints». *Arnold Mathematical Journal* (2019). <https://doi.org/10.1007/s40598-019-00115-w>], где доказан аналог гипотезы Виттена для открытых инвариантов Громова–Виттена точки; в частности, доказано, что эти инварианты описываются решением определенной системы уравнений в частных производных, тесно связанной с иерархией Кортевега–де Фриза, а также получены открытые уравнения Вирасоро для произвольного однородного решения открытых уравнений ассоциативности, которые описывают открытые инварианты Громова–Виттена в роде ноль в общем случае.

В магнитной гидродинамике (МГД) задачи со свободной границей плазма-вакуум обычно возникают при математическом моделировании удержания плазмы магнитными полями. В теоретической физике такие задачи привлекают внимание, начиная с 50-х – 70-х годов прошлого столетия (в указанные годы они были особенно популярны). Вместе с тем основным предметом исследований было нахождение критериев устойчивости состояний равновесия. Первый математический результат о корректности задачи был получен Ю.Л. Трахининым в работе [Trakhinin Y., *J. Differential Equations* 249 (2010), 2577–2599], где найдены условия корректности в пространствах Соболева линеаризованной задачи со свободной границей плазма-вакуум для случая идеальной сжимаемой плазмы. Этими условиями являются либо условие Релея – Тейлора $[dq/dn] < 0$ на знак скачка полного давления q в плазме, либо условие неколлинеарности магнитных полей со стороны плазмы и вакуума в каждой точке свободной границы. Позднее в [Secchi P., Trakhinin Y., *Nonlinearity* 27 (2014), 105–169] совместно с P. Secchi была доказана локальная разрешимость исходной нелинейной задачи при выполнении условия неколлинеарности в начальный момент времени. Совсем недавно аналогичный результат получен китайскими математиками [Sun Y., Wang W., Zhang, Z. *Arch. Rational Mech. Anal.* (2019) 234: 81] для МГД несжимаемой жидкости. Вопрос о доказательстве локальной разрешимости при выполнении условия

$[dq/dn] < 0$ в начальный момент времени пока остается открытым. Мы планируем исследовать усложненную задачу со свободной границей плазма-вакуум, когда в вакууме рассматриваются гиперболические уравнения Максвелла вместо эллиптической div-rot системы для магнитного поля. Основной целью является доказательство локальной по времени теоремы существования и единственности в пространствах Соболева этой задачи со свободной границей при условии, что в начальный момент времени в каждой точке свободной границы выполняется найденное достаточное условие устойчивости плоской границы. Данный раздел нашей программы будет реализован в тесном сотрудничестве с итальянскими математиками P. Secchi, A. Morando и P. Trebeschi из университета Брешиа. Совсем недавно Ю.Л. Трахинину совместно с упомянутыми A. Morando и P. Trebeschi удалось доказать локальную по времени однозначную разрешимость в пространствах Соболева задачи для контактного разрыва для двумерных уравнений МГД идеальной сжимаемой жидкости при условии, что в начальный момент времени на свободной границе разрыва выполняется условие Рэлея – Тейлора $[dp/dn] < 0$ на знак скачка производной по нормали давления плазмы [Morando A., Trakhinin Y., Trebeschi P., Arch. Ration. Mech. Anal. 228 (2018), 691-742]. Ими получены пионерские результаты, а условие Рэлея – Тейлора для контактного МГД разрыва нигде в литературе (в частности физической) никогда раньше не упоминалось. Так как остались открытые вопросы, в частности о корректности для трехмерного случая или о возможной неустойчивости Рэлея – Тейлора при $[dp/dn] > 0$, то мы планируем продолжить начатые исследования. Планируется доказать локальную по времени теорему существования и единственности в пространствах Соболева для задачи для контактного МГД разрыва с учетом поверхностного натяжения. Мы планируем исследовать вопрос о возможной неустойчивости Рэлея-Тейлора контактного МГД разрыва. Нами будет также рассмотрена задача со свободной границей для контактного разрыва в релятивистской МГД, которую планируется исследовать совместно P. Secchi (университет Брешиа, Италия) и Tao Wang (Уханьский университет, Китай/Оксфордский университет, Великобритания). Говоря о современном состоянии исследований, касающихся анализа устойчивости ударных волн для уравнений эластодинамики и соответствующих «вязких» профилей для уравнений вязкоупругости типа Олдройда, необходимо отметить, что запланированные нами работы в этом направлении будут первыми. Что касается других типов сильных разрывов, заметим только, что недавно в [R.M. Chen, J. Hu, D. Wang, Adv. Math. 311 (2017), 18–60] были получены результаты по двумерной линейной устойчивости плоских тангенциальных разрывов в эластодинамике, а в [J. Hu, Vortex sheets in elastic fluids, PhD thesis, University of Pittsburgh, 2017] доказана локальная разрешимость в пространствах Соболева соответствующей нелинейной задачи со свободной границей при условии, что в каждой ее точке в начальный момент времени выполнены найденные условия устойчивости. Локальная теорема существования для другой задачи со свободной границей (задачи «упругая жидкость-вакуум») для уравнений эластодинамики была также доказана недавно Ю.Л. Трахиным [Trakhinin Y., J. Differential Equations 264 (2018), 1661–1715]. Для уравнений эластодинамики типа Олдройда планируется провести полное исследование устойчивости плоских ударных волн, т.е. найти области их равномерной устойчивости, нейтральной устойчивости и (возможной) неустойчивости. Для изоэнтропического случая мы планируем доказать, что, как и в газовой динамике, все ударные волны являются устойчивыми (по крайней мере, нейтрально). Для случая полной системы эластодинамики (с непостоянной энтропией) планируется также

найти условия неустойчивости (некорректности линеаризованной задачи). Опираясь на известные результаты, будет сделан вывод о локальном по времени существовании поверхностей равномерно устойчивых ударных волн (для исходной нелинейной задачи со свободной границей). Для уравнений вязкоупругости типа Олдройда мы ожидаем, что удастся проверить некоторые «структурные» условия, при выполнении которых равномерная устойчивость идеальной ударной волны (т.е. ударной волны-разрыва) влечет за собой «вязкую» устойчивость, т.е. устойчивость «размазанной» ударной волны. Таким образом, планируется найти достаточные условия (многомерной) устойчивости ударных волн в вязкоупругой жидкости. Часть из этих исследований будет проведена совместно с упомянутыми выше итальянскими математиками А. Morando и Р. Trebeschi, а другая – совместно с немецкими математиками Н. Freistühler и О. Schropp из Констанцского университета. Для уравнений идеальной сжимаемой двухфазной односкоростной жидкости Ю.Л. Трахининым и L. Ruan [Ruan L., Trakhinin Y., Physica D 391 (2019) 66–71] недавно получены первые результаты по устойчивости ударных волн. Сейчас планируется рассмотреть гораздо более сложный двухскоростной случай и провести полное исследование линейной устойчивости плоских ударных волн с последующим распространением результатов на нелинейный исходный уровень для равномерно устойчивых ударных волн. Эти исследования будут проводиться совместно с L. Ruan из Уханьского нормального университета (Китай). Планируемые результаты будут первыми в этой области.

П_1.19.2. Теория оптимального управления.

Геометрическая теория управления является идеальным средством для применения достижений современной чистой математики к прикладным наукам, решения разнообразных актуальных теоретических и прикладных задач физики, экономики, исследования, моделирования и развития технологий и т.д. Интерпретация геометрической теории управления – субриманова геометрия – является основополагающей для теории гипоеллиптических операторов, как это показано Л. Хёрмандером в 1967 г., и многих задач геометрической теории меры. В 1971 г. Е. Stein объявил программу исследования субримановой геометрии для изучения сингулярностей ядер гипоеллиптических операторов, в частности фундаментальных решений субэллиптических уравнений. Неголономные пространства – это важный для исследований класс метрических пространств, исследования на котором весьма результативны. Как сказано ранее, субриманова геометрия естественно возникает во многих теоретических и прикладных областях; решению актуальных задач направления и применения посвящены работы А.А. Аграчева, А.М. Вершика и В.Я. Гершковича, М.И. Зеликина, А. Bonfiglioli, E. Lanconelli, F. Uguzzoni, G. Citti, N. Garofalo, Ya. Eliashberg, M. Gromov, J.-P. Laumond, G.A. Margulis, G.D. Mostov, R. Montgomery, A. Nagel, E.M. Stein, S. Wainger, P. Pansu и др. Кроме того, исследуемые нами классы конечных однородных метрических пространств являются прямыми аналогами соответствующих классов однородных римановых многообразий, активно изучавшихся в последние годы в многочисленных работах отечественных и зарубежных ученых.

Планируемые исследования в области геометрической теории управления и ее приложений находятся на высшем мировом уровне работ по прикладной математике. Ожидается разработка наиболее эффективных методов локального и глобального анализа структур субримановой и себфинслеровой геометрии, а также более общих неголономных структур. Планируется создание общих методов построения оптимального синтеза в

левоинвариантных задачах оптимального управления на группах Ли, а также их применение к решению ряда конкретных трудных задач неголономной геометрии. Полученные теоретические результаты могут применяться при разработке алгоритмов и компьютерных программ для обработки изображений и управления мобильными роботами с прицепами. Таким образом, нетривиальные математические исследования будут сочетаться с современными приложениями, что является одним из трендов прикладной математики и инженерии.

Возникающие трудные задачи ведут к необходимости создания новых фундаментальных концепций геометрического анализа, а также разработки новых методов для решения этих задач.

Вариационные задачи механики являются актуальным и быстроразвивающимся направлением в математике, над которым работают группы математиков по всему миру. Перечислим здесь лишь несколько наиболее значимых имен: Джон Болл (Англия), Алессио Фигали (Швейцария), Ирене Фонсека (США), Стефан Мюллер (Германия), Улиссе Стефанелли (Австрия), Луиджи Амброзио (Италия) и др. При этом текущее состояние области требует смены парадигмы, так как многие задачи невозможно решить классическими методами. Одним из вариантов такой смены может быть предложенный в исследовании подход к механике со стороны квазиконформного анализа. Сформулированные задачи о граничном поведении и новом классе допустимых деформаций также тесно связаны с известной задачей самоконтакта, сформулированной Джоном Боллом: «Найти подходящую априорную гипотезу (например, условие Сьярле – Нечаса), которая обеспечит гладкий самоконтакт».

Изучение вопросов квазиконформного анализа на абстрактных поверхностях согласуется с существующим ныне трендом исследования различных обобщений классических квазиконформных отображений, в частности с рассмотрением отображений областей пространства более общего вида, нежели чем стандартное евклидово. В области прикладного направления теории операторов – построении вычислительных сеток – ежегодно выходят работы, посвященные качественному и количественному исследованию с целью оптимизации (повышение точности расчетов, удобство использования в различных вычислениях, в том числе с применением алгоритмов распараллеливания и т. д.).

Анализируя работы, посвященные алгоритмам построения триангуляции области, можно заметить, что имеется немало статей, в которых для построения треугольных или четырехугольных сеток применяются совершенно разные методы:

- 1) вариационный метод, позволяющий строить квазиизометричные (билипшицевы) параметризации и на их основе строить сетки для сложных тел с негладкой поверхностью;
- 2) способ регуляризации барьерного вариационного метода построения расчетных сеток на плоскости, позволяющий строить невырожденные сетки при помощи решения дискретной задачи минимизации, используя лишь заданную структуру связей ячеек и заданные значения граничных узлов сетки;
- 3) алгоритм построения неструктурированных четырехугольных сеток вне зависимости от начального числа ребер фронта, основанный на построении областей с различными ограничениями, создании новой процедуры восстановления выпуклости ячеек и объединении подходов к топологической оптимизации формы ячеек;

4) новый вариант алгоритма перестроения Шнейдера для неструктурированных сеток в комбинации с блоком топологической оптимизации метода QMM и т.д.

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

Предложенная программа научных исследований полностью соответствует трендам и уровню развития в области математических и смежных наук.

Рассматриваемые в проекте задачи являются междисциплинарными и затрагивают такие важные темы как геофизика, медицина и биология, социальные и экономические процессы, тепломассообмен.

В области математического моделирования физических процессов в пористых средах увеличивается роль геометрических и топологических методов. Для перехода к континуальным моделям в макромасштабе необходимо правильно учесть параметры среды в ее микромасштабе, которые часто могут быть выражены в таких терминах как пористость, извилистость, специфическая поверхность и т.д. Для этого необходимо ввести в рассмотрение как геометрию пор, сложная геометрическая форма которых может быть важным фактором задачи, так и топологию порового пространства в целом (которая, например, играет важную роль в вопросах, связанных с транспортными свойствами горных пород). В рамках проекта предполагается развить и применить методы вычислительной и прикладной геометрии и топологии (бурно развивающейся последние примерно 15 лет) к задачам инженерной химии (проектирование эффективных сорбентов на основе оксида кальция с заданными) и вычислительной физики горных пород (быстрая оценка транспортных свойств породы на основе виртуального ядра). Оба направления являются актуальными для своих наук, что подтверждается большим числом публикаций в ведущих журналах, а предлагаемые членами коллектива геометрические и топологические подходы являются оригинальными.

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы.

В настоящее время имеется огромное число теоретических и прикладных работ, посвященных изучению уравнений и систем, не разрешенных относительно старшей производной. Решение некоторых задач для конкретных уравнений и систем содержится в монографиях С.М. Белоносова и К.А. Черноуса (1985), С.А. Габова и А.Г. Свешникова (1986, 1990), Н.Д. Копачевского, С.Г. Крейна и Нго Зуй Кана (1989), О.А. Ладыженской (1970) и др.

В конце двадцатого столетия вышли первые две монографии, целиком посвященные теории уравнений соболевского типа [Г.В. Демиденко, С.В. Успенский «Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной» (1998)], [A. Favini, A. Yagi “Degenerate Differential Equations in Banach Spaces” (1999)]. За последние 15 лет уже опубликовано более 10 монографий, в которых изучаются различные задачи для уравнений соболевского типа.

В монографии Г.В. Демиденко, С.В. Успенского «Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной» (1998) введена классификация линейных уравнений, не разрешенных относительно старшей производной: уравнения простого соболевского типа, псевдопараболические и обобщенногиперболические уравнения. Следует отметить, что в настоящее время большинство работ по теории уравнений соболевского типа посвящено изучению первых двух классов. Для обобщенногиперболических уравнений получены некоторые результаты только по задаче Коши для уравнений с постоянными коэффициентами (работы авторов

проекта и работы Л.Р. Волевича и его учеников). В литературе пока нет результатов по теории задачи Коши для обобщенногиперболических уравнений с переменными коэффициентами, а также по теории смешанных краевых задач.

В настоящее время есть уже значительное количество результатов, посвященных как теории краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений (Н. Amann, А. Favini, Р. Grisvard, А. Yagi), так и теории обратных задач (А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, А.И. Прилепко, В. Исаков, Ю.Е. Аниконов, Ю.Я. Белов, А.И. Кожанов, М. Ямамото, М. Иванчов, В.Л. Камынин, А.М. Денисов). Имеется также и ряд общих результатов, обобщающих известные постановки. Однако в отличие от краевых задач, уже более или менее хорошо изученных для дифференциальных уравнений, обратные задачи общего вида для операторно-дифференциальных уравнений исследовались мало. Прежде всего это связано со значительными трудностями, которые часто возникают при исследовании задач такого сорта, в частности с некорректностью в обычном смысле для широкого класса обратных задач. На данный момент имеется значительное количество постановок, в той или иной степени близких друг к другу. Поэтому представляет интерес исследовать некоторые классы обратных задач для операторно-дифференциальных уравнений общего вида, позволяющих создать более или менее общую теорию разрешимости обратных задач определенных классов.

В настоящее время имеется огромное число работ, посвященных исследованиям различных задач для дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, в частности задач об устойчивости решений. Этой тематике посвящен ряд монографий (см., например, книги А.Д. Мышкиса (1951, 1972), Л.Э. Эльсгольца (1955, 1964), Н.Н. Красовского (1959), Э. Пинни (1961), Р. Беллмана и К. Кука (1967), В.П. Рубаника (1969), А. Халаяна и Д. Векслера (1971), Л.Э. Эльсгольца и С.Б. Норкина (1971), Ю.А. Митропольского и Д.И. Мартынюка (1979), В.Б. Колмановского и В.Р. Носова (1981), С.М. Шиманова (1982), Б.С. Разумихина (1984), Дж. Хейла (1984), Д.Г. Кореневского (1989, 2008), Н.В. Азбелева, В.П. Максимова и Л.Ф. Рахматуллиной (1991), Ю.Ф. Долгого (1996), В.Б. Колмановского и А.Д. Мышкиса (1999), Н.В. Азбелева и П.М. Симонова (2001), К. Гу, В.Л. Харитоновна и Дж. Чена (2003) и др.). Однако, несмотря на бурное развитие теории устойчивости, существует множество нерешенных вопросов. Например, каким образом описать максимальную область притяжения решений нелинейных уравнений, как указать скорость стабилизации решений на бесконечности, какой алгоритм следует использовать при численных исследованиях устойчивости решений с гарантированной точностью, и т.д.? Особенно это касается неавтономных уравнений. Изучение этих вопросов будет проводиться в рамках данного проекта.

Предложенная программа научных исследований без сомнения соответствуют мировому уровню, что обусловлено применением современных математических методов, в том числе недавно разработанных участниками проекта анализа задач равновесия упругих и неупругих тел с включениями и трещинами отслоения в рамках точных нелинейных моделей, учитывающих различного рода эффекты взаимодействия армирующих волокон между собой и упругой матрицей.

В мировой математической литературе достаточно хорошо изучены только однокомпонентные течения, а для многокомпонентных рассмотрены только упрощенные модели, либо рассматривались только однородные

краевые условия. Таким образом, одновременный учет многокомпонентности, многомерности и неоднородности краевых условий, запланированный в проекте, является новым.

Участие квалифицированных математиков является устойчивым трендом в проведении современных океанологических исследований. Математические подходы востребованы на всех этапах таких работ – обработке натуральных и лабораторных экспериментальных данных, выводе модельных уравнений, построении и исследовании качественных свойств решений, интерпретации результатов.

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Предложенная программа научных исследований направлена на решение вопросов, рассматривающихся в рамках известных актуальных проблем, многократно обсуждавшихся на международных математических конференциях и воркшопах. В частности, будут проводиться исследования в следующих направлениях: проблемы существования в разрешимых моделях и вычислимых моделях, проблемы теории эффективных нумераций, проблемы машинного обучения (machine learning) для вычислимых моделей и т.д. Важные открытые проблемы в этих и других направлениях приведены в известных работах [S. Goncharov and B. Khossainov, «Open problems in the theory of constructive algebraic systems», Contemporary Mathematics, vol.257, 2000], [S. Badaev and S. Goncharov, «The theory of numberings: Open problems», Contemporary Mathematics, vol.257, 2000], [S. Jain, D.N. Osherson, J.S. Royer, and A. Sharma, «Systems that learn», MIT Press, 1999].

Изучение ограниченной по времени вычислимости, составляющей один из основных объектов исследований, является ведущим современным трендом в мировой теории вычислимости. Особое внимание сконцентрировано на применении разработанных методик в теории вычислимых структур: см., например, [I. Kalimullin, A. Melnikov, and K.M. Ng, «Algebraic structures computable without delay», Theoretical Computer Science, vol.674, 2017], [N. Bazhenov, R. Downey, I. Kalimullin, A. Melnikov, «Foundations of online structure theory», Bulletin of Symbolic Logic, doi 10.1017/bsl.2019.20].

Все указанные направления исследований в представленном проекте лежат в русле современной актуальной мировой проблематики.

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки. Предполагаемые результаты планируется опубликовать в ведущих мировых журналах из первого и второго квартилей, в том числе в вероятностных журналах «Annals of Probability», «Annals of Applied Probability», «Bernoulli», «Extremes» и ряде других, а также в статистических изданиях. Часть из этих публикаций планируется осуществить совместно с зарубежными коллегами.

Имена членов вероятностной группы хорошо известны в мире, как и их недавние публикации в «Annals of Probability», «Annals of Applied Probability», «Extremes», «Bernoulli», Advances in/ «Journal of Applied Probability» и т.д. В частности, проводимые членами группы научные исследования траекторий и моментов входа

случайных блужданий, больших отклонений для сложных стохастических процессов, свойств направленных случайных графов находятся на переднем уровне современной вероятностной науки.

Следует особо отметить, что часть планируемых исследований связана с «горячими» приложениями в диагностической медицине, в том числе с разработкой новых алгоритмов и подходов к решению задачи реконструкции ОЭКТ и ПЭТ изображений, использующих современные вероятностно-статистические методы. Среди других приложений – решение задач математической лингвистики, разработка алгоритмов передачи информации, исследование вопросов стабильностимodelей.

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

Криптографические булевы функции активно изучаются во многих лабораториях мира. Так, например, С. Carlet (LAGA, University of Paris 13, CNRS (UMR 7539), France) является известным специалистом в данной области, он широко известен как автор двух глав монографии «Boolean Models and Methods in Mathematics, Computer Science, and Engineering», посвященным булевым и векторным булевым функциям, представляющим интерес для криптографических приложений. Также во Франции активно занимаются теоретическими исследованиями нелинейных булевых функций А. Canteaut и Р. Charpin (Project-team SECRET (Security, Cryptology and Transmissions) at INRIA, France). N. Courtois (University College London) является автором одного из недавно введенных свойств – алгебраической иммунности – которым должны обладать булевы функции, используемые в поточных шифрах. Необходимо отметить работы таких коллег из США, как Т. W. Cusick, Р. Stanica – авторов обширной монографии «Cryptographic Boolean functions and applications» и ряда подходов к построению криптографических булевых функций, в частности rotation symmetric functions. Стоит упомянуть, что Р. Stanica исследовал метрические свойства и метрическую регулярность некоторых классов булевых функций в работе «Distance Duality on Some Classes of Boolean Functions». В России и зарубежной литературе активно изучаются нелинейные булевы функции. Задачи исследования нелинейных булевых функций очень сложны. В настоящее время не найдена асимптотика мощности класса максимально нелинейных булевых функций, не установлено для нее каких-либо приемлемых оценок мощности. Не описана структура класса бент-функций. Точное количество бент-функций найдено только для числа переменных не больше 8. Детальное описание проблематики этой области можно найти в монографии руководителя проекта [«Bent functions: results and applications to cryptography» (2015, 220 страниц, Elsevier)]. Отметим также работы следующих специалистов: М. М. Глухов, В. Н. Сачков, А. В. Черемушкин, В. Т. Марков, А. С. Амбросимов, В. И. Солодовников, А. Б. Шишков, В. А. Шишкин и др. (Академия криптографии РФ, Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики, Центр новых информационных технологий МГУ им. М. В. Ломоносова и др.). Они исследуют различные аспекты классификации и перечисления нелинейных булевых функций и их обобщений, уделяют внимание приложениям. О. А. Логачев, А. А. Сальников, С. В. Смышляев, В. В. Яценко (МГУ, Институт проблем информационной безопасности МГУ) являются известными специалистами в данной области и авторами замечательной книги «Булевы функции в теории кодирования и криптологии». Следует отметить исследования Ю. В. Таранникова, М. С. Лобанова (МГУ) и группы молодых исследователей из МИФИ под научным руководством В. М. Фомичева. Исследованиями в области криптографических булевых функций занимаются также в Томском государственном университете:

Г.П. Агибалов, И.А. Панкратова и их ученики – постоянные организаторы Сибирской школы по криптографии SIBECRYPT. Отметим, что, несмотря на активные исследования и большое число публикаций в области криптографических булевых функций и отображений, остается большое число открытых вопросов. Это, например, вопросы классификации и перечисления функций из различных классов, поиск новых конструкций, исследование асимптотики мощностей классов и т.п. Новые результаты в области криптографических функций и их приложений активно обсуждаются на таких международных конференциях как EUROCRYPT, CRYPTO, ASIACRYPT, SETA, BFA, CECC, FSE, CTRcrypt, SIBECRYPT, РУСКРИПТО, ISIT, ITW и многих других.

Самодуальные бент-функции.

На протяжении последних 10 лет активно изучаются бент-функции, совпадающие со своими дуальными – самодуальные бент-функции. Известен ряд открыт вопросов, связанных с этим подклассом бент-функций, исследованию которых посвящен ряд статей. В работе [C.Carlet, L. E.Danielson, M. G. Parker, P. Solé, «Self dual bent functions», Int. J. Inform. Coding Theory. 1, No. 4, 384-399, 2010] были перечислены все классы аффинной эквивалентности специального вида самодуальных бент-функций от 2, 4, бпеременных, а также всех квадратичных самодуальных бент-функций от 8 переменных. В статье[X. D. Hou, «Classification of self dual quadratic bent functions» Des. Codes Cryptogr., 63, No. 2, 183-198, 2012] приведена классификация всех самодуальных функций степени 2. Новые конструкции самодуальных бент-функций представлены в работе [S. Mesnager, «Several new infinite families of bent functions and their duals» IEEE Trans. Inf. Theory, 60, No. 7, 4397-4407, 2014]. Аффинная классификация специального вида квадратичных и кубических самодуальных бент-функций от 8 переменных представлена в статье [T. Feulner, L. Sok, P. Solé., A. Wassermann, «Towards the classification of self-dual bent functions in eight variables», Des. Codes Cryptogr. V. 68. P.395–406, 2013], в этой работе также изучались отображения булевых функций, сохраняющие самодуальность. В статье [J.Y. Hyun, H. Lee, Y. Lee, «MacWilliams duality and Gleason-type theorem on self-dual bent functions», Des. Codes Cryptogr., 63(3), 295-304, 2012] представлены верхние оценки на мощность множества самодуальных бент-функций. Описание новых классов самодуальных бент-функций, полученных на основе инволюций, можно найти в работе [G. Luo, X. Cao, S. Mesnager, «Several new classes of self-dual bent functions derived from involutions», Cryptogr. Commun., 2019]. Относительно новым и, как следствие, малоизученным является направление, посвященное исследованию самодуальных обобщенных бент-функций: в статье [L. Sok, M. Shi, P. Solé, «Classification and Construction of quaternary self-dual bent functions», Cryptogr. Commun., 2018] были представлены примеры конструкций и свойств кватернарных самодуальных бент-функций – функций, полученных на первом этапе обобщения.

APN-функции.

Исследования нелинейных векторных булевых функций активно развиваются. Однако, несмотря на многочисленные исследования, данная область по-прежнему содержит множество интересных открытых вопросов: о числе APN-функций и бент-функций, о существовании взаимно однозначных APN-функций от восьми и более переменных, о нетривиальных оценках на количество APN-функций и бент-функций, о комбинаторных конструкциях APN-функций и многие другие.

В SP-сети для обратимости процесса шифрования используются взаимно однозначные векторные функции, или перестановки. Поэтому центральное место в изучении почти совершенно нелинейных функций занимает проблема существования взаимно однозначных APN-функций для четного числа переменных, известная в англоязычной литературе как «the Big APN Problem». Так, например, долгое время считалось, что не существует взаимно однозначных APN-функций от четного числа переменных; лишь в 2009 году J.F. Dillon и др. представили первую APN-перестановку от 6 переменных.

Вопрос о представлении APN-перестановки в виде суммы некоторой мономиальной APN-функции (APN-функции вида $F(x)=x^d$) и линейной функции над конечным полем рассматривали E. Pasalic и P. Charpin. Были получены некоторые ограничения на выбор экспоненты d , при которых не существует такой линейной векторной функции L , что $F+L$ — взаимно однозначная APN-функция. Также A. Canteaut, S. Duval, L. Perrin в 2016 году получили семейство взаимно однозначных векторных функций, являющееся обобщением известной APN-перестановки от 6 переменных, однако доказано, что среди функций данного семейства не существует APN-функций, кроме исходной.

Проблема существования взаимно однозначных APN-функций от четного числа переменных регулярно обсуждается на научных конференциях по криптографии и дискретной математике. Так, в последние годы данная тема неоднократно поднималась на таких конференциях как CRYPTO, FSE, BFA, BIRS и др. Если станут известны новые взаимно однозначные APN-функции от четного числа переменных, то они несомненно сразу найдут применение в шифрах.

Блокчейн.

Среди технических проблем, препятствующих внедрению технологии распределенных реестров, масштабируемость и конфиденциальность являются особенно существенными.

В настоящий момент ведутся активные исследования решения проблемы конфиденциальности.

Одним из наиболее перспективных подходов к решению проблемы является использование алгоритмов доказательства с нулевым разглашением.

Наибольшее практическое применение находит zk-SNARK (zero-knowledge Succinct Non-Interactive Argument of Knowledge) – криптографический протокол неинтерактивного доказательства знания с нулевым разглашением («Zerocash: Decentralized Anonymous Payments from Bitcoin» / Eli Ben-Sasson, Alessandro Chiesa, Christina Garman [et al.]), разработанный исследователями из MIT. Эта технология уже внедрена в платформы ZCash, Quorum, Ethereum.

Стоит отметить, что исследования в области применения доказательств с нулевым разглашением в распределенных реестрах ведутся и крупнейшими технологическими компаниями. Так, исследовательский центр компании IBM разрабатывает Identity Mixer – набор криптографических протоколов, который обеспечивает надежную аутентификацию, а также возможность сохранения анонимности пользователей в распределенном реестре («A Formal Model of Identity Mixer Mixer». Jan Camenisch, Sebastian Mödersheim, and Dieter Sommer).

Однако все предложенные на данный момент алгоритмы пригодны для решения только определенного класса задач. Проблема сокрытия произвольной информации о транзакциях в открытой сети блокчейн на данный момент полностью не решена.

Криптографические примитивы для технологии блокчейн, устойчивые к взлому квантовым компьютером.

Создание постквантовых криптосистем является одним из основных направлений современной криптографии. Появление универсального квантового компьютера достаточной разрядности означает, что ранее стойкие криптографические алгоритмы могут быть взломаны.

Исследования в области постквантовой криптографии для технологии блокчейн ведутся различными коллективами, в результате работы которых появились проекты постквантового биткойна qBitcoin, квантово-устойчивый реестр QRL и другие. Наиболее используемыми криптопримитивами являются алгоритмы одноразовой подписи Lamport OTS и Winternitz OTS, цифровой подписи NTRUSign, хеш-функции SHA-256 либо SHA3-256. Однако используемые криптопримитивы в настоящее время в недостаточной мере удовлетворяют требованиям индустрии по времени работы и длине используемых ключей.

В рамках реализации исследовательской программы ПЗ. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Рассмотрим основные направления предложенной программы в контексте развития современной математики. Напомним, следуя Виланду (1964), что две группы подстановок одного и того же множества называются m -эквивалентными (m – натуральное число), если они имеют одинаковое множество орбит в индуцированном действии на m -кортежах. В каждом классе m -эквивалентных групп имеется единственный максимальный по включению элемент; он называется m -замыканием любой группы из этого класса. Группа является m -замкнутой, если она совпадает со своим m -замыканием. Связь этого понятия с проблемой изоморфизма графов проистекает из наличия соответствия Галуа между группами подстановок на множестве M и комбинаторными объектами на M , задаваемыми отношениями арности m (Краснер, 1938). Более точно, группа G m -замкнута тогда и только тогда, когда G является полной группой автоморфизмов множества m -кортежей на M . В частности, 2-замкнутые группы – это в точности группы автоморфизмов цветных полных графов. Таким образом, общая проблема поиска замыканий групп подстановок эквивалентна проблеме нахождения групп автоморфизмов (ассоциированных с группами) комбинаторных объектов. В частности, из полного решения этой задачи вытекает решение проблемы изоморфизма групп. Замыкания примитивных групп изучались Либекком, Прегер и Саксом в 1990-х годах, а эффективный алгоритм для нахождения 2-замыкания групп нечетного порядка был построен математиками из ПОМИ РАН Евдокимовым и Пономаренко в 2001 году. Для произвольных конечных групп подстановок (даже в классе абелевых групп) нахождение m -замыкания является открытой проблемой. Поэтому решение вопроса о m -замыкании разрешимых групп подстановок является одной из наиболее интересных проблем в данной области. Для решения этой задачи, помимо математиков из Новосибирска А. Васильева и Е. Вдовина и их учеников, планируется привлечь таких известных экспертов в этой области как И. Пономаренко (ПОМИ РАН, Санкт-Петербург), L. Pyber (Alfréd Rényi Institute of

Mathematics, Budapest, Hungary) и его учеников, а также молодого математика J. Wilems (Georgia Institute of Technology, USA), ученика Л. Бабаи.

Естественно рассматривать ограничение проблемы изоморфизма на интересные конкретные категории комбинаторных объектов. Здесь мы рассматриваем так называемые Кэли-объекты, которые характеризуются тем, что соответствующая группа автоморфизмов содержит регулярную группу подстановок (в частности, таким объектом будет любой граф Кэли). Классический результат в этой области (Палфи, 1987) дает несложный полиномиальный алгоритм проверки изоморфизма Кэли-объектов над циклической группой порядка n (такие объекты называют циркулянтами), такой, что НОД чисел n и $\phi(n)$, где $\phi(n)$ – функция Эйлера, равен либо 1, либо 4. Более свежие результаты относятся к циклическим кодам (Музычук, 2011) и картам Кэли (Музычук – Сомали, 2016). Групповой подход к этой проблеме основан на старом результате Бабаи, в соответствии с которым неэквивалентные представления графа как графа Кэли находятся во взаимно однозначном соответствии с регулярными подгруппами группы автоморфизмов графа. Заметим, что группы подстановок, содержащие регулярную подгруппу, тесно связаны с алгебраической точки зрения с кольцами Шура. Кольцо Шура (S -кольцо) над конечной группой G может быть определено как такое подкольцо целочисленного группового кольца этой группы, которое является свободным Z -модулем, натянутым на разбиение группы G ; при этом разбиение замкнуто относительно взятия обратного и содержит единичный элемент в качестве одного из классов. Кольцо Шура называется отделимым относительно класса колец Шура K , если оно определяется в K с точностью до изоморфизма лишь тензором своих структурных констант. Если все кольца Шура над группой G отделимы, то проблема изоморфизма для графов Кэли над G может быть решена за полиномиальное время от порядка G . В ходе работ по проекту предполагается получить описание центральных колец Шура над неабелевыми группами, а также решить проблему изоморфизма для центральных графов Кэли над этими группами. Таким образом, будет внесен вклад в развитие классической теории Шура – Виланда S -колец. Для решения этих задач планируется сотрудничество с М. Muzychuk (Ben-Gurion University of the Negev, Israel), I. Kovacs (University of Primorska, Slovenia).

Амальгама – это семейство групп (как правило конечных), называемых остатками, которые имеют нетривиальные пересечения. Тип амальгамы определяется ее остатками и структурой их пересечений. Стандартный пример амальгамы – это семейство подгрупп в некоторой группе, которая называется реализацией амальгамы. Центральной вычислительной задачей проекта является построение универсальной реализации амальгамы с заданными остаткам. Для достижения этой цели следует построить представление остатков и их пересечений в терминах образующих и соотношений. Накопленный опыт решения этой задачи для конкретных амальгам, связанных с классическими и спорадическими простыми группами, суммирован в ряде методов, суть которых будет представлена в курсе А. Иванова (Imperial College, London, UK) который предлагается изложить в виде 12–15-ти часовых лекций, рассчитанных на один-два месяца. Параллельно предполагается проводить регулярные семинары с частотой 2–3 раза в неделю, на которых планируется обсуждать вычислительные и теоретические задачи, предложенные слушателям для самостоятельного решения. Результатом проекта должен явиться пакет программ для вычислений с амальгамами, в рамках системы GAP. Такой пакет будет поддержан

рядом публикаций в ведущих международных журналах, которые будут содержать описание пакета и доказательства, полученные с его помощью.

Наибольшую простую спорадическую группу называют Монстром, поскольку она имеет огромный порядок. Эта группа была построена Р.Гриссом как группа автоморфизмов 196884-мерной коммутативной неассоциативной алгебры над полем вещественных чисел. Дж. Холл, С. Шпекторов и Ф. Рехрен ввели понятие аксиальной алгебры: это коммутативная неассоциативная алгебра, порожденная примитивными полупростыми идемпотентами. Примитивным называется идемпотент, имеющий одномерное пространство собственных векторов с собственным числом 1. Таблица, которая описывает, в сумме каких собственных подпространств лежит произведение векторов из двух данных собственных подпространств аксиальной алгебры, называется таблицей слияния. Монстровыми алгебрами типа (a,b) называются аксиальные алгебры с такой же таблицей слияния, что и у алгебры Грисса, но в которой вместо чисел $1/4$ и $1/32$ используются числа a и b (таким образом, идемпотенты имеют собственные числа из множества $\{1,0,a,b\}$). Случай, когда собственное подпространство для a нулевое и $b=1/2$, включает в себя йордановы алгебры (которые порождаются примитивными идемпотентами). Поэтому класс алгебр монстрового типа, у которых собственное подпространство для a тривиально, представляет особый интерес. Такие алгебры называются алгебрами йорданова типа, также используется обозначение монстрового типа $(*,b)$, которое подразумевает, что параметр a не имеет значения. Таблица слияния в этом случае соответствует известным правилам умножения собственных векторов из разложения Пирса для идемпотентов йордановой алгебры. Отметим, что существует тесная связь между осями и инволюциями в группе автоморфизмов данной аксиальной алгебры монстрового типа. Таким образом, объект исследований – аксиальные алгебры монстрового типа – включает в себя и связывает между собой много различных объектов алгебры, таких как спорадические и классические простые группы, йордановы алгебры и алгебры Ли и т.д. Построение новых примеров аксиальных алгебр представляет интерес для специалистов по теоретической физике и дифференциальным уравнениям в частных производных. Для решения поставленных задач планируется привлечь одного из главных экспертов в этой области С. Шпекторова (University of Birmingham, UK), а также молодых математиков из Новосибирска А. Мамонтова, А. Старолетова, молодого британского математика М. Whybrow (в настоящее время – постдок).

Одной из наиболее динамично развивающихся областей современной алгебры является теория алгебр вертексных операторов и их представлений. Понятие вертексной алгебры первоначально возникло в математической физике как инструмент формализации свойств разложения операторного произведения (operator product expansion, OPE) в 2-мерной конформной теории поля (Белавин, Поляков, Замолотчиков, 1984). Независимо аналогичные структуры возникли в теории представлений бесконечномерных алгебр Ли и при изучении групп автоморфизмов спорадической простой конечной группы (Монстра). В 1986 году Борчердс сформулировал понятие вертексной алгебры, которое стало самостоятельным объектом алгебраического изучения. В настоящее время вертексные алгебры имеют многочисленные связи и приложения в других областях математики: теории представлений, теории конечных групп, топологии, алгебраической геометрии, теориях модулярных функций и интегрируемых систем. Одно из главных приложений вертексных алгебр относится к конформной теории поля и теории струн в математической физике. Конформные алгебры (Кац,

1996) были введены как инструмент исследования вертексных алгебр. Всякая вертексная алгебра является в определенном смысле обертывающей для некоторой конформной алгебры Ли, структура которой кодирует сингулярную часть ОРЕ. Изучение конформных алгебр Ли и их представлений является важным шагом в понимании строения вертексных алгебр (и их представлений, также играющих важную роль в математической физике). Конформные алгебры Ли, представляющие особый интерес в связи с теорией вертексных операторов, тесно связаны с многими «обыкновенными» неассоциативными алгебрами: йордановыми, Пуассона, Новикова, Гельфанда – Дорфман и др. В последние годы наблюдается значительный рост интереса к неассоциативным алгебраическим системам ввиду их возможных приложений в топологии, дифференциальной геометрии, теории интегрируемых систем и др. Помимо классических классов систем (алгебры Ли, йордановы алгебры, алгебры Пуассона) и известных с 1960-х годов алгебр Роты – Бакстера новые приложения в указанных областях получили алгебры Новикова, дендриформные алгебры, Лейбниц-двойственные алгебры, алгебры Гельфанда – Дорфман. Имеется значительный задел по теории конформных алгебр: описано строение простых и полупростых ассоциативных конформных алгебр с точным представлением конечного типа, доказаны структурные теоремы Веддерберна для этого класса (и точно определены границы их применимости), показано наличие точного представления конечного типа у всякой конечной ассоциативной конформной алгебры, доказан аналог теоремы Адо для широкого класса конформных алгебр Ли. Изучение различных классов неассоциативных алгебр требует глубокого комбинаторного анализа строения свободных объектов, для чего важнейшим инструментом является теория базисов Грёбнера – Ширшова. В этом направлении также имеется значительный задел: сформулированы и доказаны версии леммы о ромбе (Diamond Lemma) для алгебр Пуассона и Новикова.

Другой подход к изучению свойств свободных объектов в конкретных категориях неассоциативных алгебр состоит в использовании изоморфизма такой алгебры и подходящей комбинаторной структуры, чаще всего основанной на теории графов. Одним из примеров такого рода является отождествление базисных элементов свободной дендриформной алгебры и плоского дерева (Лодей, 2001). Для развития этого направления необходимо производить вычисления базисов Грёбнера – Ширшова для операд (Доценко, Хорошкин, 2008). Таким образом, соединение алгебраических и комбинаторных подходов позволит получить новые результаты в теории неассоциативных алгебр и обнаружить новые приложения этих систем в других областях математики и математической физики. К решению перечисленных задач, помимо математика из Новосибирска П. Колесникова и его учеников, планируется привлечь ведущих экспертов из Universidade de São Paulo, Brasil, Trinity College Dublin, Ireland, South China Normal University, Guangzhou, China.

Исследование групп, колец Ли и других алгебраических систем в зависимости от свойств группы автоморфизмов и, в частности, от свойств подмножества неподвижных точек является еще одним из направлений проекта. Классический раздел этой области посвящен регулярным (не имеющим нетривиальных неподвижных точек) и почти регулярным (имеющим малое число неподвижных точек) автоморфизмам. Хорошо известно, что наличие регулярного автоморфизма оказывает принципиальное влияние на строение алгебраической системы в целом. Так, например, по теореме Томпсона – Хигмэна – Крекнина – Кострикина конечная группа с регулярным автоморфизмом простого порядка имеет степень нильпотентности, которая

зависит только от порядка автоморфизма. Аналогичные результаты верны также для колец Ли и ассоциативных алгебр для произвольного автоморфизма конечного порядка (теорема Крекнина, 1963, и теорема Айзекса – Бергмана, 1973). Изучение конечных групп с почти регулярными группами автоморфизмов в большинстве случаев уже сведено к нильпотентным группам. В случае нильпотентных конечных групп с почти регулярными автоморфизмами наибольший прогресс достигнут при изучении модулярного случая, т.е. когда p -автоморфизм действует на p -группе. На основе техники так называемых мощных групп доказано, что, с одной стороны, такие группы содержат подгруппу ограниченного индекса с оценкой степени разрешимости, зависящей только от порядка автоморфизма (Шалев, Хухро), а с другой стороны, существует подгруппа ограниченного индекса с оценкой степени разрешимости, зависящей только от числа неподвижных точек (Хайкин-Запирайн). Задача решена также для колец Ли (Макаренко – Хухро, 2004), ассоциативных алгебр (Макаренко, 2018) и в частных случаях почти регулярного автоморфизма простого порядка (Хухро, 1989) и автоморфизма порядка 4 (Макаренко – Хухро, 2006) для произвольных конечных нильпотентных групп. Остается открытым вопрос об ограниченности степени разрешимости конечной нильпотентной группы, допускающей регулярный автоморфизм составного порядка. Недавно ряд интересных результатов был получен при изучении конечных групп с фробениусовыми группами автоморфизмов. Оказалось, что свойства конечной группы, допускающей фробениусову группу автоморфизмов с ядром F и дополнением H , в значительной степени определяются свойствами подгруппы неподвижных точек подгруппы H , если подгруппа неподвижных точек подгруппы F тривиальна. Это касается, например, таких важных групповых свойств как порядок, ранг и нильпотентность (Макаренко – Хухро – Шумяцкий, 2014). К одному из главных направлений развития теории групп и лиевских методов их исследования принадлежат условия энгелевости. Для групп и колец Ли с условиями Энгеля получены выдающиеся результаты по доказательству их локальной нильпотентности в работах А.И. Кострикина и Е.И. Зельманова (решение ослабленной проблемы Бернсайда (ПБ)), которые в дальнейшем использовались и распространялись на проконечные и компактные группы в работах Е.И. Зельманова и Дж. Уилсона (J. Wilson, Oxford), Ю. Медведева (Yu. Medvedev, Toronto), Г. Траустасона (G. Traustason, Bath) и др. Эти «положительные» результаты контрастно оттенены отрицательными решениями неограниченной ПБ, полученными Е.С. Голодом, Р.И. Григорчуком и др., и ограниченной ПБ, полученными С.П. Новиковым и С.И. Адяном, а также работами А.Ю. Ольшанского и др., включая анонсированное построение не локально нильпотентных энгелевых групп И. Рипсом (E. Rips, Jerusalem), что показывает естественность и важность изучения конечных, проконечных и компактных групп с условиями типа энгелевости. Исследуемые задачи интересны еще и многообразием применяемых линейных методов (теорема Клиффорда, присоединенные алгебры Лазара, градуированные кольца Ли). Изучение групп посредством их групп автоморфизмов возможно лишь при разработке мощных методов, зачастую выходящих за рамки теории групп. Так, например, при исследовании нильпотентных групп с автоморфизмами широко применяются градуированные кольца и алгебры Ли. Планируемые исследования нильпотентных групп, алгебр и колец Ли в зависимости от свойств подмножеств неподвижных точек дают ответы на естественные, давно поставленные вопросы, которые занимают центральное место в изложенной тематике и имеют большое значение для многих областей математики. Для решения этих проблем предполагается привлечь таких известных математиков, как Е. Хухро

(University of Lincoln, UK), Н. Макаренко (Universite de Haute-Alsace, France), П. Шумяцкий (Universidade de Brasília, Brasil).

К проблеме изоморфизма графов тесно примыкают задачи распознавания графов, фракталов, орбиформов и других объектов маломерной топологии через их естественные геометрические и алгебраические инварианты. Фундаментальной проблемой здесь является классификация указанных структур и, в том числе, перечисление геометрических объектов с заданными инвариантами.

В последнее десятилетие появилось большое количество работ, посвященных инвариантам графов. Важным инвариантом графа является группа якобиана, известная также как группа Пикара, критическая группа, долларовая группа или песочная группа. Это понятие было независимо введено многими авторами: в статистической физике оно возникло при изучении модели Изинга (Д. Дхар, П. Рюлле, С. Сен, Д.-Н. Верма, 1995), оно эффективно используется для нахождения стабильного финансового положения в банковской системе (Биггс, 1999), также оно возникает как дискретная версия многообразия Якоби из классической теории римановых поверхностей (Б. Бакер, С. Норин, 2009). Теоретико-числовой подход к этому понятию был реализован в работе [Р. Башер, П. де ла Харп, Т. Нагнибеда, 1997], а некоторые аспекты этой теории с точки зрения математической кристаллографии были даны в [М. Котани, Т. Сунада, 2000]. Порядок группы якобиана совпадает с числом остовных деревьев в графе, или, что то же самое, с его сложностью. Сложность графов хорошо изучена и является предметом исследования многих авторов, начиная с работы Кирхгофа (1847). При этом структура группы Якобиана известна только в некоторых отдельных случаях. В проекте предполагается восполнить этот пробел и исследовать структуру группы якобиана для широкого семейства полициркулянтных графов. Наряду с перечислением остовных деревьев, отдельный интерес представляет проблема перечисления остовных лесов в графе. С математической точки зрения эта проблема связана с вычислением конкретных значений полинома Татта или характеристического полинома Лапласа графа в конкретных точках. С точки зрения статистической физики число остовных лесов получается предельным переходом статистической суммы в обобщенной модели Изинга, предложенной Поттом. Ранее предложенные методы, позволяют найти явный вид первых коэффициентов характеристического полинома Лапласа графа и вычислить его значения в конкретных точках. На их основе будет развит новый эффективный способ нахождения числа остовных лесов для полициркулянтных графов. Будет изучено асимптотическое поведение соответствующих функций сложности.

Индекс Кирхгофа первоначально был определен в работе Клейна и Рандича (1993) через введенную ими функцию резисторного расстояния. Удобная формула для вычисления индекса Кирхгофа была предложена Гутманом и Могаром (1996). Он оказался равным числу вершин графа, умноженному на сумму обратных ненулевых собственных значений его оператора Лапласа. В проекте будет получена точная аналитическая формула для индекса Кирхгофа циркулянтных графов. В отличие от работ предыдущих авторов, она будет представлена в виде явного аналитического выражения, образованного рациональными комбинациями полиномов Чебышева. В указанных исследованиях к известному новосибирскому математику А.Д. Медных и его ученикам присоединятся проф. Йонг Су Квон (Йоннамский университет, Южная Корея) и его коллеги, проф.

R. Nedela (University of Western Bohemia, Pilsen, Czech Republic) и его ученики, а также математики из Fudan University и Shanghai Jiao Tong University из Шанхая, Китай.

Исследование самоподобных множеств, удовлетворяющих различным условиям конечности, занимает важное место в фрактальной геометрии и фрактальном анализе. Важный вклад в развитие этого направления внесла школа сибирского математика А.В. Тетенова. Кэтимисследованияммогутприсоединитьсяпрофессора Ch. Bandt, University of Greifswald, Germany, L. Cristia, Austria, M. Samuel, India, и Н. Rao, Wuhan University, China. В последние десятилетия J. Kigami, R. Strichartz, A. Teplyaev, L. Rogers и другие авторы, работающие в области фрактального анализа, разрабатывали основы теории операторов, обобщенных функций и дифференциальных уравнений на таких объектах. Изучение случайных процессов на таких множествах основывалось на представлении их в виде предела системы изельчающихся графов. Самоподобные континуумы с одноточечным пересечением исследовали Ch. Bandt и R. Strichartz. Для них было доказано существование и конечность множества размерностей для минимальных поддуг, соединяющих точки всякого такого континуума. Нами планируется изучение самоподобных фракталов с различными условиями конечности и характеристикация их топологических и метрических свойств в терминах их графов пересечений.

В случае, когда фрактальные множества имеют конечную самоподобную границу, в семействах их графов пересечений может быть задана операция композиции. Исследование полугрупп, образованных такими графами, дает новые подходы к классификации и исследованию морфизмов самоподобных структур на множествах с конечной границей и проблем их вложения в метрические пространства.

Объемы и другие инварианты неевклидовых многогранников изучались в работах Р. Келлерхальс (1989, 1993), Э.Б. Винберга (1988), Дж. Мураками (2005–2019), А. Ушиджимы (2006), Х. Кима, Ю. Чо (1999) и др. Во многих случаях объемы гиперболических многогранников выражаются через меру Малера целочисленных полиномов Лорана, ассоциированных с некоторыми простыми графами. Хорошо известно, что мера Малера связана с ростом групп, значениями некоторых гипергеометрических функций и объемами гиперболических многообразий (Д.У. Бойд, 2002). Таким образом, мера Малера является мостом между комбинаторной сложностью графа и геометрической сложностью (гиперболическим объемом) многогранника, остов которого является достаточно простым графом. Этот эффект является новым и малоизученным. Исследование данного вопроса будет составлять один из разделов проекта. Также в проекте предполагается изучить влияние нетривиальной симметрии неевклидова многогранника на вычисление его основных геометрических инвариантов. Для некоторых классов евклидовых многогранников такой вопрос был исследован ранее в работах Р.В. Галиулина, С.Н. Михалёва и И.Х. Сабитова(2004).

Планируется сотрудничество А.С. Медных с математиками из МГУ (Г.Б. Шабат) и Высшей школы экономики (С.К. Ландо, Г.К. Челноков).

Изучение графов с помощью методов линейной алгебры подразумевает исследование спектров матрицы смежности или матрицы Кирхгофа графа. Эта часть алгебраической теории графов называется спектральной теорией графов. В рамках этого направления в последние годы были получены новые результаты по характеристике графов и графов на группах (графах Кэли), имеющих целочисленный спектр, разработаны новые методы для вычисления кратностей собственных значений графов и подготовлены каталоги, найдены

подходы к характеристике собственных функций графов Кэли. В рамках данного проекта планируется сосредоточиться на решении задач следующих типов: изучение комбинаторно симметричных графов с небольшим числом собственных значений матрицы смежности; изучение связных графов, матрица смежности которых содержит только целочисленные значения; изучение собственных подпространств матриц смежности комбинаторно симметричных графов и связанных с ними комбинаторных структур; изучение определяемости графов спектрами.

Одну из центральных ролей в теории графов имеют задачи, связанные с анализом структурных особенностей различных графов, обнаружением в них подструктур с заданными свойствами, а также задачи декомпозиции и упаковки графов. Знание структуры графа позволяет решать прикладные задачи в теории маршрутизации и теории кодирования. Основной задачей проекта является создание новых и развитие перспективных методов анализа структурных свойств графов с целью существенного продвижения в решении классических и современных задач о строении циклов, цикловых покрытий, раскрасок, паросочетаний, факторов, совершенных кодов. Планируется привлечь таких известных экспертов в этой области как О.В. Бородин (ИМ СО РАН, индекс Хирша по WoS: 20), Е.В. Константинова (ИМ СО РАН), А.В. Косточка (University of Illinois at Urbana-Champaign, USA), J. Koolen (University of Science and Technology, Hefei, China), а также целый ряд молодых математиков из России и Китая.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

В настоящее время во многих прикладных областях математики наблюдается переход в способах представления изучаемых объектов от представления с помощью классических алгебраических систем (числовые множества, поля, векторы) к нестандартным представлениям (группы, полугруппы, графы, топологические пространства). Так, например, во многих исследованиях шифрование данных осуществляется с помощью представления из как элементов некоторой группы (group-based cryptography). Такой переход позволяет во многом повысить стойкость системы шифрования и защитить ее как от существующих типов атак, так и от способов атаки, которые могут возникнуть в будущем (например, при появлении рабочей модели квантового компьютера). Разработка новых способов представления и способов шифрования данных, представленных в таком виде, является актуальной математической задачей, которая будет решаться в течение срока выполнения проекта.

Другой областью применения нестандартного представления объектов является анализ данных и модели искусственного интеллекта. Напомним, что в классическом анализе данных объекты представляются вещественными векторами. Однако в последнее время разрабатываются новые модели представления данных, в которых объекты представляются графами, элементами полугруппы, подмножествами топологических пространств. Таким образом, приобретают особую актуальность проблемы кластеризации таких объектов, определения на них метрики и исследование ее свойств.

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Результаты многомерного анализа сложности вычислительных задач и о нижних оценках трудоемкости алгоритмов на сегодняшний день анонсируются на ведущих мировых конференциях по теоретической информатике, таких как:

- International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP),
- IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS),
- Annual ACM Symposium on the Theory of Computing (STOC),
- ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA),
- European Symposium on Algorithms (ESA).

Также с 2016 года ежегодно проводятся конкурсы по практической реализации параметризованных алгоритмов:

- <https://pacechallenge.org/>

На мировом уровне развитие направления многомерного анализа сложности активно поддерживается фондами разных стран, например:

- Исследовательский совет Норвегии выделил 25 млн. норвежских крон (около 180 млн. руб.) и 1 500 00 млн. евро на два пятилетних проекта многомерного анализа сложности, начиная с 2017 г.

<https://cordis.europa.eu/project/rcn/206322/factsheet/en>

<http://mrfellows.net>

- Европейский исследовательский совет выделил 1.5 млн. евро на пятилетний проект по поиску доказуемо оптимальных параметризованных алгоритмов.

<http://www.cs.bme.hu/~dmarx/PARAMTIGHT.html>

В России на данный момент области многомерного анализа сложности и доказуемо оптимальных алгоритмов не развиты. Ими занимаются единичные исследователи в ПОМИ РАН и в Новосибирском государственном университете, также зачатки работы в последнее время были замечены в ИММ УрО РАН. При этом исследования команды НГУ проходят довольно успешно:

- с 2016 по 2018 г. реализовывался проект РФФИ мол_а_дк (1.7 млн. руб. ежегодно на одного человека) по разработке параметризованных алгоритмов для оптимизации маршрутов и расписаний,

- с 2018 года осуществляется совместный проект РФФИ с Германским научно-исследовательским обществом в партнерстве с Берлинским техническим университетом по новым подходам к доказуемо эффективной редукции данных (1.5 млн. руб. в 2018 г., 3.5 млн. руб. в 2019 г.),

- результаты команды дважды отмечались премиями за лучшую статью на крупных зарубежных конференциях по алгоритмам:

<https://nsu.ru/ALGO>;

<https://nsu.ru/1eb693a9d88af37e74c79f9967b082b7>.

Все это свидетельствует о том, что Новосибирский государственный университет владеет большим потенциалом развития данного направления.

В рамках реализации исследовательской программы П4 «Физико-математическое моделирование технологических процессов»

П_4.21.1. Пространственные динамические стохастические процессы

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки. Предполагаемые результаты планируется опубликовать в ведущих мировых журналах из первого и второго квартилей, в том числе в вероятностных журналах *Annals of Probability*, *Annals of Applied Probability*, *Bernoulli*, *Extremes* и ряда других, а также в статистических. Часть из этих публикаций планируется осуществить совместно с зарубежными коллегами.

Имена членов команды проекта хорошо известны в мире, как и их недавние публикации в *Annals of Probability*, *Annals of Applied Probability*, *Extremes*, *Bernoulli*, *Advances in/Journal of Applied Probability* и т.д. В частности, проводимые членами команды проекта научные исследования траекторий и моментов входа случайных блужданий, больших уклонений для сложных стохастических процессов, свойств направленных случайных графов находятся на переднем уровне современной вероятностной науки.

Следует особо отметить, что часть планируемых исследований связана с «горячими» приложениями в диагностической медицине, в том числе с разработкой новых алгоритмов и подходов к решению задачи реконструкции ОЭКТ и ПЭТ изображений, использующих современные вероятностно-статистические методы. Среди других приложений – разработка алгоритмов передачи информации, исследование вопросов стабильности моделей.

П_4.21.2. Обратные задачи в естественных науках

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки. В настоящее время развитие методологии и областей применения обратных и некорректных задач происходит как в нашей стране, так и за рубежом. Динамический характер развития этого направления обусловлен прежде всего возможностью использования математических методов для решения прикладных задач. Особенно это касается задач геофизической разведки на основе акустического, электромагнитного и сейсмического зондирования.

Первые работы, посвященные постановке обратных задач сейсмологии и акустики (Алексеев А.С. Некоторые обратные задачи теории распространения волн. Известия Академии Наук СССР. 1962. № 11) были продолжены в Новосибирске (В.Г. Романов, С.И. Кабанихин, В.Г. Яхно, А.Л. Бухгейм, А.Л. Карчевский, М.А. Шишленин и др.), Москве (А.В. Баев, А.В. Гончарский, А.Г. Ягола и др.), Санкт-Петербурге (А.С. Благовещенский, М.И. Белишев и др.), Калининграде (Л.Н. Пестов, Г.Н. Ерохин и др.), США (W.W. Symes, P. Sacks, F. Santosa и др.), Франция (A. Tarnantola, G. Chavent и др.).

В настоящее время в России в области теории и численных методов решения обратных и некорректных задач активно работают следующие исследовательские группы:

1. Новосибирск. Научный коллектив коллег и последователей М.М. Лаврентьева (член-корреспондент РАН В.Г. Романов, член-корреспондент РАН С.И. Кабанихин, А.Л. Бухгейм, Ю.Е. Аниконов, А.Л. Карчевский, М.А. Шишленин и др.).

2. Москва. Наследники научной школы академика А.Н. Тихонова (А.Г. Ягола, А.М. Денисов, А.В. Гончарский, А.В. Баев и др.).

3. Екатеринбург, Челябинск. Научная школа, основанная членом-корреспондентом РАН В.К. Ивановым (член-корреспондент РАН В.В. Васин, А.Л. Агеев, В.П. Танана и др.).

4. Санкт-Петербург. Научная школа обратных задач (А.С. Благовещенский, М.И. Белишев и др.).

Что касается зарубежных творческих коллективов, то это коллективы из Австрии (под руководством Н. Engl, O. Shertzer, A. Neubauer), Германии (B. Hoffman, A. Louis, T. Schuster), США (M. Klibanov), Китая (J. Cheng, S. He, Y. Wang), Турции (A. Hasanoglu). Стоит отметить, что участники представленного проекта поддерживают активные творческие связи со многими из этих групп и публикуют с ними совместные работы, что свидетельствует о передовых позициях проектной команды в области создания и обоснования численных методов решения обратных и некорректных задач.

Современные численные методы решения обратных задач можно разделить на две основные группы: итерационные и прямые.

Методы оптимизации решения обратных задач акустики и сейсмологии являются наиболее распространенными и заключаются в минимизации функционала, описывающего расхождение наблюдаемого и расчетного волнового поля, а также ограничений на отклонение «синтетической» модели среды от некоторой эталонной модели. Эти методы в первую очередь включают ньютоновские методы и методы градиентного спуска. Этот подход используется для решения широкого класса задач. К недостаткам метода можно отнести сильную зависимость от априорной информации, задающей эталонную модель среды. При отсутствии или неудовлетворительном качестве априорной информации алгоритм может быть крайне нестабилен. Другой проблемой является необходимость расчета волнового поля на каждой итерации процесса оптимизации. При переходе к многомерным утверждениям это приводит к значительным объемам вычислений, что является проблемой даже для современных вычислений.

Прямые методы основаны на построении обратного оператора (или его аппроксимации), что позволяет использовать результаты акустических или сейсмических экспериментов для непосредственного расчета искомого распределения параметров модели, избегая многократного решения прямых задач. Такие методы требуют значительно меньших вычислений, чем алгоритмы оптимизации, и, как правило, не используют знания эталонной модели среды. Использование прямых методов решения обратных задач наиболее эффективно при первичной обработке акустических или сейсмических наблюдений и расчете первого приближения параметров исследуемой среды. Вопрос о переносе уже разработанных методов на многомерный случай в настоящее время остается открытым. В этом направлении участники проекта являются лидерами, продолжая и развивая методы И.М. Гельфанда, Б.М. Левитана и М.Г. Крейна для многомерного случая. Аналогичное направление в теоретическом плане развивает М.И. Белишев (метод граничного контроля, Санкт-Петербургский государственный университет), студенты академика А.Н.Тихонова – А.М. Денисов, А.В. Баев, А.Г. Ягола (МГУ), P. Sacks, G. Uhlmann (США).

Что касается современных тенденций в методологии решения обратных и некорректных задач, то основными из них являются разработка и обоснование новых, а также перенос существующих численных алгоритмов на случай многомерных обратных задач.

В настоящее время наиболее близкими конкурирующими группами, занимающимися многомерными коэффициентными обратными задачами, являются группа М.И. Белишева (метод граничного управления) и группа Г. Ульман (метод отображения Дирихле – Неймана). Эти группы до сих пор опубликовали только частичные результаты (например, используя метод граничного управления, можно отметить работы Belishev M.I., Vakulenko A.F: Non-smooth unobservable states in control problem for the wave equation in R^3 , Evolution Equations and Control Theory., 2014, 3(2), 247–256., Belishev M.I., Ivanov I.B., Kubyshkin I.V., Semenov V.S.: Numerical testing in determination of sound speed from a part of boundary by the BC-method, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2016, 24(2), 159–180; on the Dirichlet–Neumann mapping method-works by P. Stefanov, G. Uhlmann, A. Vasy: On the stable recovery of a metric from the hyperbolic DN map with incomplete data, Inverse Problem. Imaging 10 (2016), 1141–1147; O. Imanuvilov, G. Uhlmann, M. Yamamoto: The Neumann–to–Dirichlet map in two dimensions. Adv. Math. 281 (2015), 578–593), связанные с численными алгоритмами. Таким образом, результаты, ожидаемые от результатов исследований участников проекта, будут соответствовать мировому уровню, а в некоторых местах и превосходить его.

Исследования в области методов стохастического моделирования в настоящее время интенсивно проводятся во многих теоретических и прикладных областях различными группами в мире. В частности, группой Prof. M. Mascagni (Florida State University, USA), Prof. D. Talay (INRIA, France), Prof. V. Spokoiny (WIAS, Berlin) и многими другими. Области исследований в этих группах связаны с вероятностным описанием физико-химических процессов стохастическими ПДЭ со случайными параметрами в виде случайных полей. Присутствует и финансовая математика, в частности, разработано стохастическое моделирование цен опционов и оптимального инвестиционного портфеля. Другой интенсивной областью применения является современная электроника и фотоника, где квантовое поведение является ключевым вопросом, анализируемым с помощью уравнения Больцмана.

Проект направлен на разработку и анализ новых математически детерминированных и статистически стохастических моделей двумя научными группами и дальнейшее развитие надежности прогнозирования в области эпидемиологии на примере COVID-19 и ассоциированных с ним заболеваний (ОРВИ, пневмония) в районах/городах/регионах Российской Федерации и Великобритании на основе обратного моделирования. Математические модели для малых замкнутых систем (семьи, района, города) будут базироваться на агентурной структуре, которая позволит выявить признаки, оказывающие наибольшее влияние на распространение вирусной инфекции среди населения, и скорректировать меры борьбы с эпидемией. В случае взаимодействия между городами будут изучены модели типа SIER, основанные на законе сохранения масс и описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений, учитывающие пассажиропотоки между городами, социальные и карантинные мероприятия. И, наконец, влияние мер контроля, принятых для сдерживания эпидемии, на экономику региона/страны будет описываться стохастическими

дифференциальными уравнениями. Коэффициенты и параметры уравнений характеризуют особенности распространения и течения вирусных инфекций и часто неизвестны. В рамках проекта планируется разработать алгоритмы уточнения неизвестных параметров математических моделей с использованием дополнительной информации о количестве инфицированных, умерших и вылеченных лиц (обратное моделирование). Прогнозирование динамики распространения заболеваний позволяет разрабатывать и применять адекватные контрмеры, обеспечивать рациональное использование материальных и людских ресурсов.

Одна из проблем, возникающих в современных приложениях математики к естествознанию, связана с взаимодействием различных масштабов математических моделей. Некоторые примеры взяты из геофизических моделей или моделей катализаторов, когда математическое описание макромасштабных сред использует микромасштабные параметры (такие как извилистость, пористость, специальная площадь поверхности и т.д.). Задача вычисления последних характеристик становится намного сложнее, когда они изменяются в ходе процессов, которые мы пытаемся описать. Классический подход, когда используются феноменологические отношения между этими характеристиками, в данной ситуации не работает. Это ставит некоторого рода обратную задачу: восстановить микроструктуру материала (с целью соответствующего моделирования) при заданных данных о микрохарактеристиках, упомянутых выше. Основные области применения, которые мы имеем в виду, касаются геофизики и инженерной химии. Методы, которые мы планируем применить, – это методы вычислительной и прикладной геометрии и топологии, которые являются довольно новой и интенсивно развивающейся областью на стыке геометрии и информатики. Такой подход кажется новым в отношении приложений, которые мы планируем рассмотреть. Мировым специалистом в этой области является Н. Edelsbrunner, IST, Вена, Австрия.

В рамках реализации исследовательской программы П5 «Задачи классификации в математике и теоретической информатике»

П_5.21.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

Предложенная программа научных исследований направлена на решение вопросов, рассматривающихся в рамках известных актуальных проблем, многократно обсуждавшихся на международных математических конференциях и воркшопах. В частности, будут проводиться исследования в следующих направлениях: проблемы классификации в математике и теоретической информатике; иерархии и сводимости для счетных и несчетных структур; проблемы теории эффективных нумераций и т.д. Важные открытые проблемы в этих и других направлениях приведены в известных работах «Open problems in the theory of constructive algebraic systems» (S. Goncharov and B. Khossainov, Contemporary Mathematics, vol.257, 2000), «The theory of numberings: Open problems» (S. Badaev and S. Goncharov, Contemporary Mathematics, vol.257, 2000), «Systems that learn» (S. Jain, D.N. Osherson, J.S.Royer, and A. Sharma; MIT Press, 1999).

Одно из основных направлений планируемых исследований – это изучение полиномиально вычислимых структур и новой теории онлайн-вычислений. Эти области являются ведущим современным трендом в исследованиях вычислимости с ограниченными ресурсами.

Важные открытые проблемы в этом направлении приведены в работах «Complexity theoretic model theory and algebra» (D. Cenzer and J.B. Remmel, in: Handbook of recursive mathematics: vol.1, Elsevier, 1998), «Online algorithms» (S. Albers, in: Interactive computation: The new paradigm, Springer, 2006), «Foundations of online structure theory» (N. Bazhenov, R. Downey, I. Kalimullin, and A. Melnikov, Bulletin of Symbolic Logic, vol.25, 2019). Исследования, связанные с тематикой проекта, ведутся в ведущих мировых научных центрах, в том числе в University of California, Berkeley (США), National University of Singapore, University of Chicago (США), University of Wisconsin–Madison (США), Nanyang Technological University (Сингапур), Korea Advanced Institute of Science and Technology.

Все указанные направления исследований в представленном проекте лежат в русле современной актуальной мировой проблематики.

П_5.21.2. Аксиальные алгебры и связанные с ними группы

Самая большая спорадическая простая группа M , известная как *Монстр* ввиду своего колоссального порядка, была получена как группа автоморфизмов алгебры Гриса V_M , которая является 196,844-мерной коммутативной неассоциативной алгеброй над полем комплексных чисел. Конвей доказал, что каждая инволюция из группы M , содержащаяся в т. н. классе сопряжённости $2A$, ассоциируется с ненулевым идемпотентом из алгебры V_M , который называется $2A$ -осью.

Хорошо известно, что две инволюции, т.е. элементы порядка два, в конечной группе всегда порождают диэдральную подгруппу. Аналогичным образом, подалгебры, порождённые двумя $2A$ -осями называются диэдральными. Нортон классифицировал все диэдральные подалгебры в алгебре V_M , в частности, показав, что с точностью до изоморфизма существует только 9 таких подалгебр, и класс изоморфизма однозначно определяется порядком произведения инволюций, соответствующих $2A$ -осям. Также отметим, что порядок произведения инволюций из класса сопряжённости $2A$ в группе Монстр не превосходит 6, поэтому группа M является примером группы 6-транспозиций.

А. Иванов аксиоматизировал свойства $2A$ -осей в алгебре V_M в рамках *теории Майорана*. Алгебры, удовлетворяющие получившимся аксиомам, называются алгебрами Майорана. Такие алгебры, аналогично алгебре Гриса, порождаются идемпотентами. Часть этих аксиом посвящены собственным подпространствам присоединённых операторов для порождающих идемпотентов: произведение векторов из собственных подпространств для данного идемпотента лежит в сумме собственных подпространств, которые зависят только от собственных значений, для которых выбирались собственные векторы. Таблица, которая определяет эти суммы для произведения векторов, называется законом слияния. Таким образом, закон слияния – это множество правил умножения в алгебре. Отметим, что у алгебр Майорана и алгебры Гриса один и тот же закон слияния. Известно, что в таких случаях собственные значения присоединённого оператора для $2A$ -осей принадлежат множеству $\{1, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{32}\}$. Закон слияния для алгебры Гриса и алгебр Майорана обозначается через $\mathcal{M}(\frac{1}{4}, \frac{1}{32})$ и представлен в Таблице 1. В этой таблице, например, выражение $0 * \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ означает, что если u и v – это

собственные векторы, отвечающие собственным значениям 0 и $\frac{1}{4}$ соответственно, то uv – собственный вектор, отвечающий $\frac{1}{4}$; выражение $\frac{1}{4} * \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ означает, что произведение двух собственных векторов, отвечающих $\frac{1}{4}$, будет суммой двух собственных векторов, отвечающих 1 и 0, и. т. д.

*	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{32}$
1	1		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{32}$
0		0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{32}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1, 0	$\frac{1}{32}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	1, 0, $\frac{1}{4}$

Таблица 1: Закон слияния $\mathcal{M}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{32}\right)$

Позже Холл, Шпекторов и Ререн расширили теорию Майорана. Они ввели понятие *аксиальной алгебры*, коммутативной неассоциативной алгебры, порождённой идемпотентами с заданным законом слияния. В отличие от класса алгебр Ли, которые ассоциируются с алгебраическими группами и группами Шевалле, аксиальные алгебры могут соответствовать группам различной природы: классическим и исключительным группам, многим спорадическим группам, а также группам 3- и 6-транспозиций. Таким образом, есть надежда, что получится построить общую теорию для всех простых групп, ту, которую давно стремились построить специалисты по теории групп.

П_5.21.3. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Проблема изоморфизма графов – это фундаментальная математическая задача, заключающаяся в нахождении наиболее эффективного алгоритма, проверяющего изоморфизм двух заданных конечных графов. Несмотря на значительные усилия многих математиков в течение почти полувека, время работы лучших алгоритмов для проверки изоморфизма оставалось, по существу, экспоненциальным. Существенный прорыв в этой проблеме недавно совершил Л. Бабай, который предложил квазиполиномиальный алгоритм проверки изоморфизма графов. Ключевыми ингредиентами алгоритма являются инструменты, происходящие из конечных групп

(подстановок), когерентных конфигураций, а также эффективные алгоритмы для групп и графов. В последние годы исследования проблемы изоморфизма графов ведутся по трем основным направлениям. В рамках первого из них была значительно улучшена вычислительная сложность проверки изоморфизма графов нескольких известных классов, например, для графов ограниченной степени (Гроэ, Нейен и Швейцер, 2018) и графов, исключаящих малые миноры (Гроэ, Нейен и Вибкинг, 2020). Вторая часть результатов включает исследования проблемы группового изоморфизма, где входные группы задаются таблицами умножения. Здесь мы упомянем алгоритм с полиномиальным временем, проверяющий изоморфизм групп без нетривиальных абелевых нормальных подгрупп (Бабай, Коденотти и Цяо, 2012), и алгоритм почти линейного времени для большинства порядков (Дитрих и Вилсон, 2020). Значительная часть исследований была направлена на анализ многомерного алгоритма Вейсфейлера – Лемана, позволяющего определить точный смысл комбинаторной сложности проблемы изоморфизма графа и групп. Здесь, прежде всего, мы имеем в виду классификации графов с малой WL -размерностью (Вербицкий и др., 2017–2019) и новаторскую статью, в которой определялась WL -размерность групп (Брахтер и Швейцер, 2020).

Сильно регулярные графы являются ключевой темой интереса в алгебраической теории графов с 1963 года, когда это понятие было введено Раджем Чандрой Бозе. Эти объекты связаны с такими комбинаторными структурами как ассоциативные схемы, графы Мура, частичные геометрии и тропические геометрии. Теория сильно регулярных графов повлияла на классификацию конечных простых групп и т.д. С 1980–90-х годов были введены два обобщения сильно регулярных графов, а именно граф Деза и граф Неймаера.

Графы Деза были введены А. Деза и М. Деза в 1994 году. Название было дано в 1999 г., когда были заложены основы теории графов Деза и представлены различные конструкции графов Деза. А именно, М. Эрикссон, С. Фернандо, В.Х. Хемерс, Д. Харди, Дж. Хемметр построили графы Деза из сильно регулярных графов. В 2020 г. в рамках проекта МЦА по алгебраической комбинаторике и комбинаторной алгебре спектральные свойства графов Деза впервые были изучены С. Акбари, А.Х. Годрати, М.А. Хоссейнзаде, В.В. Кабановым, Е.В. Константиновой, Л.В. Шалагиновым.

В начале 1980-х А. Неймаер изучал регулярные клики в ребернорегулярных графах и некоторый класс схем, точечные графы которых сильно регулярны и содержат регулярные клики. Таким образом, мы определяем граф Неймаера как неполный ребернорегулярный граф, содержащий регулярную клику. Граф является строго графом Неймаера, если он не является сильно регулярным графом Неймаера. В 2018 г. Г.Р.В. Гривз и Дж. Кулен показали, что строго графы Неймаера существуют, и дали их общие конструкции. В 2019 г. Р.Дж. Эванс, С. Горяинов и Д. Панасенко определили наименьший строго граф Неймаера, который оказывается вершиннотранзитивным, порядка 16, валентности 9 и обладающий 2-регулярной 4-кликкой. Более того, они представили новые бесконечные последовательности строго графов Неймаера.

В этом проекте термин «топологический кристалл» используется для обозначения бесконечнократного абелевого накрывающего графа над конечным графом. Более общая концепция «некоммутативных кристаллов» возникает из рассмотрения неабелевых покрытий. На языке теории групп изучение таких кристаллов соответствует описанию и подсчету подгрупп в кристаллографических группах (понимаемых в широком смысле). Топологическая кристаллография – активно развивающийся раздел современной математики,

возникший на стыке алгебры, геометрии, комплексного и комбинаторного анализа и аналитической теории графов. Топологическая кристаллография активно исследуется многими учеными, включая Т. Сунада и М. Котани (Япония), Таяна Нагнибеда (Швейцария), П. Де Ла Харп (Франция), М. Бейкер и С. Норин (США).

Топология и комбинаторика самоподобных континуумов (т.е. односвязных фракталов) являются одними из основных разделов фрактальной геометрии. Теория самоподобных множеств берет свое начало из статьи Дж. Хатчинсона «Фракталы и самоподобие» (1981). Хатчинсон получил достаточные условия, при которых аттрактор итерированной системы функций является самоподобной кривой. Эти условия естественным образом реализуются в зиппер-конструкции, восходящей к работам Тёрстона (1986) и Асталы (1987), и ее аналоге в граф-ориентированных системах – мультизиппер-конструкции. Асеев и Тетенев (2006) доказали, что любую самоподобную жорданову кривую можно представить как аттрактор мультизиппера. Важную роль в теории самоподобных множеств играют вопросы, связанные со свойством слабой отделимости, введенным Бандтом и Графом (1992). Самый замечательный результат здесь принадлежит Бандту и Рао (2007), который в случае самоподобных кривых был отдельно доказан Тетеневым в 2004 г.

Одной из центральных проблем теории узлов является проблема распознавания узлов, т.е. проблема определения, эквивалентны ли два заданных узла. Над этой проблемой работали многие выдающиеся математики, такие как К. Рейдемейстер, Дж. Александер, А. Марков, Дж. Конвей.

Квандлы были введены в 1982 г. независимо Д. Джойсом и С. Матвеевым как инвариант для классических узлов и зацеплений. Квандл узла является очень сильным инвариантом для классических узлов и зацеплений, однако, чтобы использовать квандл в качестве инварианта, нужно уметь решать проблему изоморфизма квандлов. Несмотря на важность изучения проблемы изоморфизма в категории квандлов, в этом вопросе достигнут лишь небольшой прогресс. Это связано с тем, что проблема изоморфизма квандлов, как известно, настолько сложна, насколько это возможно в смысле сводимости по Борелю (А. Брук-Тэйлор, С. Миллер, 2020).

Поскольку в общем случае практически невозможно использовать квандл узла в качестве инварианта для узлов и зацеплений, обычно исследователи изучают гомоморфные образы этого квандла в квандлах с некоторыми хорошими условиями. В связи с этим возникает естественная проблема построения конкретных семейств квандлов, с которыми удобно работать. В последние годы многие ученые по всему миру внесли свой вклад в поиск квандлов, удовлетворяющих различным условиям. Среди этих ученых следует отметить Йозефа Х. Пшители (Польша, США), Лоренцо Тралди (США), Сейичи Камада (Япония), Скотта Картера (США), Эдвина Кларка (США), Сэма Нельсона (США), Алиссу Кранс (США), Валерия Бардакова (Россия), Махендера Сингх (Индия), Мохамеда Эльхамдади (США). В работе (М. Бонатто, Д. Становский, 2019) для изучения нильпотентных и разрешимых квандлов была использована теория коммутаторов из универсальной алгебры. Еще одно ранее изученное семейство квандлов, задаваемых условиями конечного типа – это редуцированные квандлы (М. Бонатто, Д. Становский, 2019) и (П. Едличка, А. Пилитовска, А. Замойска-Дзенио, 2019). В недавней работе (М. Бонатто, А. Кранс, Т. Насыбуллоев, Г. Уитни, 2021) были введены квандлы, удовлетворяющие так называемому условию обрыва ряда орбит.

П_5.21.4. Криптография и информационная безопасность

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки. Криптографические алгоритмы, основанные на сложении-сдвиге-побитовом сложении (Addition-Rotation-XOR (ARX)) становятся все более важными для встроенных программных приложений из-за их высокой производительности в программном обеспечении, их устойчивости к атакам с синхронизацией кэша и низких расходов с точки зрения размера кода и требований к памяти. Однако их безопасность не так хорошо изучена, как безопасность криптографических алгоритмов, основанных на таблицах подстановок (S-блоки), таких как Advanced Encryption Standard (AES). К мировым специалистам в области ARX-криптографии относятся Н. Lipmaa (Тартуский Университет, Эстония), G. Leurent (InriaParis, Франция), X. Wang (Университет Цинхуа, Китай) и N. Mouha (Stratavia, США).

Линейный и дифференциальный криптоанализ, самые мощные методы статистического анализа, чрезвычайно сложно применять к ARX-примитивам, особенно если процедура добавления ключа представляет собой сложение по модулю. Основная сложность заключается в нахождении некоторой относительной разницы сложения по модулю через операцию побитового сложения. Способ найти пару разностей с наибольшей вероятностью очень востребован для оценки вероятности максимального дифференциала всего шифра.

Одними из самых сложных и актуальных векторных булевых функций являются APN-функции – почти совершенно нелинейные функции. Они изучаются со второй половины XX века и становятся все более интересными для исследователей. Многие работы в области APN-функций (в том числе обзоры, содержащие открытые проблемы) подтверждают этот факт. Перечислим известных авторов в этой области: В.А. Башев, М.М. Глухов, Б.А. Егоров, В.А. Зиновьев, М.Е. Тужилин, D.G. Fon-Der-Flaass, L. Budaghyan, A. Canteaut, C. Carlet, P. Charpin, J. Dillon, H. Dobbertin, L. Knudsen, G.Leander, K.Nyberg, A.Pott и др.

В рамках проекта рассматривается несколько открытых проблем, касающихся APN-функций. Одна из них была сформулирована С. Carlet (2014) и состоит в следующем: как описать APN-функции, которые имеют одинаковые DDT-таблицы (таблицы распределения разностей)? Первые шаги в этом направлении независимо сделали С. Vouga и др. (2019) и А. Городилова (2019). Другие задачи связаны с классификацией и конструкциями APN-функций.

В общем, конструкции криптографических булевых функций очень важны для криптографических приложений (например, построения S-блоков). Есть много открытых вопросов, связанных с известными классами функций. Например, класс бент-функций для случая булевых функций, класс APN-функций для случая векторных булевых функций: в обоих случаях неизвестно точное и приближенное количество этих функций. Известно очень небольшое число ненормальных бент-функций, т.е. бент-функций от n переменных, которые не являются константными на любом $n/2$ -мерном аффинном подпространстве. Неизвестно, сколько на самом деле бент-функций являются нормальными.

Проблема использования булевых функций в квантовых вычислениях была первоначально изучена А. Montanaro (Бристольский университет) в 2016 году, и было показано, что любая квантовая схема, состоящая из вентиля Адамара, Z, controlled-Z и controlled-controlled-Z вентиля, порождает полином степени 3 над двоичным полем, такой что вычисление амплитуд квантовой схемы эквивалентно подсчету нулей

соответствующего полинома. S. Gangopadhyay и др. (Индийский технологический институт Рурки) в 2019 году установили связь между квантовыми схемами, использующими набор квантовых вентилях IBM и многомерными квадратичными полиномами над целыми числами по модулю 8. Было показано, что действие квантовой схемы на входные кубиты можно записать как обобщенное преобразование Уолша – Адамара. Квантовые алгоритмы вычисления криптографических характеристик булевых функций изучались, например, S. Maitra (Индийский статистический институт) и др. в 2019 году. Ими были разработаны квантовые алгоритмы исследования автокорреляционного спектра булевой функции и ее индивидуальных коэффициентов. P. Stanica (Naval Postgraduate School, США) и др. в 2020 году предложили квантовый алгоритм для оценки нормы Гауэрса и проверки линейности булевых функций.

Аналитические методы построения булевых функций с заданными криптографическими свойствами широко изучаются. В то же время, разработка методов, основанных на эволюционных алгоритмах, также представляет прямой интерес. Известно несколько схем, основанных на генетическом алгоритме, для генерации булевых функций, которые удовлетворяют характеристикам сбалансированности, корреляционной иммунности, высокой алгебраической степени и нелинейности. Например, результаты S. Picek, C. Carlet, S. Guilley, J.F. Miller, D. Jakobovic и L. Mariot, представленные в последние годы, показали, что эволюционные алгоритмы способны находить высококачественные решения там, где генетическое программирование работает лучше всего.

SAT-решатель – программа, которая решает логические формулы, записанные в конъюнктивной нормальной форме (КНФ). SAT-решатели успешно используются для решения больших инженерных задач с сотнями тысяч переменных. Ежегодно проводится несколько мировых соревнований SAT-решателей (SAT Race, satcompetition.org, satlive.org). Одним из актуальных современных направлений здесь является разработка специальных SAT-решателей для решения криптографических задач и их практических приложений.

Бинарные и q -значные коды широко изучаются и используются как в теории кодирования, так и в криптографии. Среди известных исследователей в этой области F. McWilliams, N. Sloane, G. Cohen, C. Carlet и многие другие. Несмотря на активный интерес, многие вопросы, связанные с метрическими свойствами кодов, остаются открытыми.

В рамках проекта планируется разработать алгоритмы сокрытия личных данных в распределенных реестрах и внедрить их в существующие системы распределенных реестров.

Проблема сокрытия личных данных в публичных распределенных реестрах (например, системах блокчейн) в последние годы все больше изучается, но, поскольку область исследований все еще молода, большинство решений далеки от совершенства и страдают множеством недостатков, таких как низкая производительность или немасштабируемость.

В рамках реализации исследовательской программы П6 «Математические основания физики»

П_6.21.1. Геометрический анализ и его приложения

Геометрическая теория управления является идеальным средством для применения достижений современной чистой математики к прикладным наукам, решения разнообразных актуальных теоретических и прикладных задач физики, экономики, в исследованиях, моделировании и развитии технологий и т. д. Интерпретация геометрической теории управления – субриманова геометрия – является основополагающей для теории гипоеллиптических операторов, как это показано Л. Хёрмандером в 1967 г., и многих задач геометрической теории меры. В 1971 г. Е. Stein объявил программу об исследовании субримановой геометрии для изучения сингулярностей ядер гипоеллиптических операторов, в частности, фундаментальных решений субэллиптических уравнений. Неголономные пространства это важный для изучения класс метрических пространств, исследования на котором весьма результативны. Как сказано ранее, субриманова геометрия естественно возникает во многих теоретических и прикладных областях; решению актуальных задач направления и применения посвящены работы А.А. Аграчева, А.М. Вершика и В.Я. Гершковича, М.И. Зеликина, А. Bonfiglioli, E. Lanconelli, F. Uguzzoni, G. Citti, N. Garofalo, Ya. Eliashberg, M. Gromov, J.-P. Laumond, G.A. Margulis, G.D. Mostov, R. Montgomery, A. Nagel, E.M. Stein, S. Wainger, P. Pansu и др. Кроме того, исследуемые нами классы конечных однородных метрических пространств являются прямыми аналогами соответствующих классов однородных римановых многообразий, активно изучавшихся в последние годы в многочисленных работах отечественных и зарубежных ученых.

Планируемые исследования в области геометрической теории управления и ее приложений находятся на высшем мировом уровне работ по чистой математике. Ожидается разработка наиболее эффективных методов локального и глобального анализа структур субримановой и субфинслеровой геометрии, а также более общих неголономных структур. Планируется создание общих методов построения оптимального синтеза в левоинвариантных задачах оптимального управления на группах Ли, а также их применение к решению ряда конкретных трудных задач неголономной геометрии. Полученные теоретические результаты имеют перспективу применения при разработке алгоритмов и компьютерных программ для обработки изображений и управления мобильными роботами с прицепами. Таким образом, нетривиальные математические исследования будут сочетаться с современными приложениями, что является одним из трендов прикладной математики и инженерии.

Возникающие трудные задачи ведут к необходимости создания новых фундаментальных концепций геометрического анализа, а также разработки новых методов для решения этих задач.

Вариационные задачи механики являются актуальным и быстроразвивающимся направлением в математике, над которым работают группы математиков по всему миру, перечислим здесь лишь несколько наиболее значимых имен: Джон Болл (Англия), Алессيو Фигали (Швейцария), Ирене Фонсека (США), Стефан Мюллер (Германия), Улиссе Стефанелли (Австрия), Луиджи Амброзио (Италия) и др. При этом текущее состояние области требует смены парадигмы, так как многие задачи невозможно решить классическими методами. Одним из вариантов такой смены парадигмы может быть предложенный в исследовании подход к механике со стороны квазиконформного анализа. Сформулированные задачи о граничном поведении и новом классе допустимых деформаций также тесно связаны с известной задачей само-контакта, сформулированной Джоном Боллом:

«Найти подходящую априорную гипотезу (например, условие Сьярле-Нечаса), которая обеспечит гладкий само-контакт».

Изучение вопросов квазиконформного анализа на абстрактных поверхностях согласуется с существующим ныне трендом исследования различных обобщений классических квазиконформных отображений, в частности, с рассмотрением отображений областей пространства более общего вида, нежели стандартное евклидово.

П_6.21.2. Геометрические аспекты математической физики

В последнее время по гипотезе Биркгофа об интегрируемых бильярдах получен ряд новых и интересных результатов. У гипотезы Биркгофа имеется важный с точки зрения механики частный случай. Предположим, что имеется дополнительный первый интеграл, который является полиномом по компонентам скорости (это предположение очень естественно с точки зрения механики). Первые важные результаты по этому случаю были получены С.В. Болотиным тридцать лет назад. Новый подход к гипотезе Биркгофа в этом случае получен недавно в работе М. Бялого, А.Е. Миронова «Angular billiard and algebraic Birkhoff conjecture». *Advances in Math.* 2017. Vol. 313. P. 102–126. Используя эти результаты, А. Глуцук завершил доказательство алгебраической версии гипотезы: «On polynomially integrable Birkhoff billiards on surfaces of constant curvature, *Journal of European Mathematical Society (accepted)*». Другой подход к гипотезе Биркгофа основан на теории КАМ. В работах А. Avila, V. Kaloshin, J. De Simoi, «An integrable deformation of an ellipse of small eccentricity is an ellipse», *Annals of Mathematics*, Vol. 184 (2016), 527–558 и V. Kaloshin, A. Sorrentino, «On the local Birkhoff Conjecture for convex billiards, with», *Annals of Mathematics*, Vol. 188 (2018), 315–380 доказана локальная версия гипотезы, а именно, если бильярдный стол близок к эллипсу, то гипотеза верна. Недавняя работа М. Бялого, А.Е. Миронова и С. Табачникова «Wire billiards, the first steps», *Advances in Mathematics*. 2020. Vol. 368. 30 pp. (107154) посвящена проблемам интегрируемости в проволочных бильярдах.

Перечислительные инварианты, связанные с подсчетом кривых с границей, являются в настоящее время очень активной областью исследований. Несмотря на значительный прогресс в конкретных примерах в последние годы, понимание общей структуры этих инвариантов далеко от удовлетворительного. В случае кривых без границы теория Гивенталья оказалась очень эффективной, и мы планируем расширить эту теорию, включив в нее перечислительные инварианты для кривых с границей. После случая точки как целевого многообразия, для которого теория подсчета кривых с границей описывается гипотезой Пандхарипанде – Соломона – Тесслера, доказанной Буряками Тесслером, следующий случай, который необходимо понять, – это простейшее одномерное целевое многообразие: комплексная проективная прямая. В этом случае мы планируем доказать соответствие между открытыми числами Гурвица и открытыми инвариантами Громова – Виттена. Другая наша цель – разработать открытую версию теории иерархий Дубровина – Жанга, также называемых иерархиями топологического типа.

Для задач со свободной границей, описывающих движение идеальной жидкости без магнитного поля, влияние поверхностного натяжения может иметь решающее значение для корректности, в частности, поверхностное натяжение может подавить некорректность задачи, связанную с неустойчивостью Рэля – Тейлора. Изучение влияния поверхностного натяжения на корректность задач со свободной границей в присутствии магнитного поля, конечно, имеет большое значение для приложений и математической теории задач со свободной границей. Для идеальной сжимаемой МГД это исследование было недавно инициировано Юрием Трахининым и Тао Вангом в [Trakhinin Y., Wang T. Well-posedness for the free-boundary ideal compressible magnetohydrodynamic equations with surface tension, сдана в печать], где рассмотрен случай нулевого вакуумного магнитного поля. Наша текущая цель – продолжить это исследование, рассматривая «полную» проблему, когда вакуумное магнитное поле подчиняется div-rot системе предмаксвелловской динамики. После этого также планируется учесть ток смещения в вакуумной области. Задачи со свободной границей плазма-вакуум для системы МГД возникают при математическом моделировании удержания плазмы магнитными полями. Эта тема очень популярна начиная с 1950–70-х годов, но большая часть теоретических исследований посвящена поиску критериев устойчивости состояний равновесия. В астрофизике задача со свободной границей плазма-вакуум может быть использована для моделирования движения звезды или солнечной короны с учетом магнитных полей. В этом контексте математическое исследование задачи с границей плазма-вакуум с учетом поверхностного натяжения может иметь несколько важных следствий. С другой стороны, разработка различных методов доказательства локальной по времени однозначной разрешимости задачи с границей плазма-вакуум с поверхностным натяжением действительно важна для самой математической теории задач со свободными границами, поскольку такие техники и методы могут быть широко использованы для других моделей гидродинамики.

П_6.21.3. Дифференциальные уравнения и динамические системы

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки.

В настоящее время имеется огромное число теоретических и прикладных работ, посвященных изучению уравнений и систем, не разрешенных относительно старшей производной. Решение некоторых задач для конкретных уравнений и систем содержится в монографиях С.М. Белоносова и К.А. Черноуса (1985), С.А. Габова и А.Г. Свешникова (1986, 1990), Н.Д. Копачевского, С.Г. Крейна и Нго Зуй Кана (1989), О.А. Ладыженской (1970) и др.

В конце двадцатого столетия вышли первые две монографии, целиком посвященные теории уравнений соболевского типа: Г.В. Демиденко, С.В. Успенский «Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной» (1998), А. Favini, А. Yagi “Degenerate Differential Equations in Banach Spaces” (1999). За

последние 15 лет уже опубликовано более 10 монографий, в которых изучаются различные задачи для уравнений соболевского типа.

В монографии Г.В. Демиденко, С.В. Успенского «Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной» (1998) введена классификация линейных уравнений, не разрешенных относительно старшей производной: уравнения простого соболевского типа, псевдопараболические и псевдогиперболические уравнения. Следует отметить, что в настоящее время большинство работ по теории уравнений соболевского типа посвящено изучению первых двух классов. В настоящее время нет общей теории краевых задач для обобщенно гиперболических уравнений (включая псевдогиперболические уравнения). Такие уравнения возникают в задачах теории упругости; см., например, книгу С.И. Герасимова, В.И. Ерофеева «Задачи волновой динамики элементов конструкций» (Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2014).

Для обобщенно гиперболических уравнений некоторые результаты были получены только для задачи Коши в случае постоянных коэффициентов:

- Demidenko G.V. On solvability of the Cauchy problem for pseudohyperbolic equations // Sib. Adv. Math. 2001. V. 11, No. 4. P. 25–40.
- Fedotov I., Volevich L.V. The Cauchy problem for hyperbolic equations not resolved with respect to the highest time derivative // Russ. J. Math. Phys. 2006. V. 13. P. 278–292.
- Демиденко Г.В. Условия разрешимости задачи Коши для псевдогиперболических уравнений // Сиб. мат. журн. 2015. Т. 56, № 6. С. 1289–1303.
- Fedotov I., Shatalov M., Marais J., Hyperbolic and pseudo-hyperbolic equations in the theory of vibration // Acta Mechanica. 2016. V. 227. P. 3315–3324.

Для обобщенно гиперболических систем первые результаты были получены исполнителями проекта в случае, когда символ оператора при старшей производной не вырождается:

- Бондарь Л.Н., Демиденко Г.В., Пинтус Г.М. Задача Коши для одной псевдогиперболической системы // Журн. выч. матем. мат. физ. 2020. Т. 60, №4. С. 626–638.
- Bondar L.N., Demidenko G.V. Solvability of the Cauchy problem for a pseudohyperbolic system // Complex Variables and Elliptic Equations (опубликовано онлайн 16.10.2020).

Авторы доказали, что задача Коши для обобщенно гиперболических систем однозначно разрешима; более того, имеет место аналог теоремы о потере гладкости, справедливой для гиперболических уравнений. В литературе пока нет результатов по теории для обобщенно гиперболических уравнений с переменными коэффициентами, а также по теории смешанных краевых задач. В рамках проекта будут проведены исследования в этом направлении.

В настоящее время имеется уже значительное количество результатов, посвященных как теории краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений (Н. Amann, А. Favini, Р. Grisvard, А. Yagi), так и теории обратных задач (А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, А.И. Прилепко, В. Исаков, Ю.Е. Аниконов,

Ю.Я. Белов, А.И. Кожанов, М. Ямамото, М. Иванчов, В.Л. Камынин, А.М. Денисов). Имеется также и ряд общих результатов, обобщающих известные постановки. Однако, в отличие от краевых задач, уже более или менее хорошо изученных для дифференциальных уравнений, обратные задачи общего вида для операторно-дифференциальных уравнений исследовались мало. Прежде всего это связано со значительными трудностями, которые часто возникают при исследовании задач такого сорта, в частности – с некорректностью в обычном смысле для широкого класса обратных задач. На данный момент имеется значительное количество постановок, в той или иной степени близких друг к другу. Поэтому интересно исследовать некоторые классы обратных задач для операторно-дифференциальных уравнений общего вида, позволяющих создать относительно общую теорию разрешимости обратных задач определенных классов.

В настоящее время имеется огромное число работ, посвященных исследованиям различных задач для дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, в частности задач об устойчивости решений. Этой тематике посвящен ряд монографий (см., например, книги А.Д. Мышкиса (1951), (1972), Л.Э. Эльсгольца (1955), (1964), Н.Н. Красовского (1959), Э. Пинни (1961), Р. Беллмана и К. Кука (1967), В.П. Рубаника (1969), А. Халаная и Д. Векслера (1971), Л.Э. Эльсгольца и С.Б. Норкина (1971), Ю.А. Митропольского и Д.И. Мартынюка (1979), В.Б. Колмановского и В.Р. Носова (1981), С.М. Шиманова (1982), Б.С. Разумихина (1984), Дж. Хейла (1984), Д.Г. Кореневского (1989), (2008), Н.В. Азбелева, В.П. Максимова и Л.Ф. Рахматуллиной (1991), Ю.Ф. Долгого (1996), V.V. Kolmanovskii и A.D. Myshkis (1999), Н.В. Азбелева и П.М. Симонова (2001), К. Gu, V.L. Kharitonov и J. Chen (2003), R. P. Agarwal, L. Berezansky, E. Braverman, A. Domoshnitsky (2012), M. Gil (2014), W. Michiels, S.-I. Niculescu (2014) и др.). Однако, несмотря на бурное развитие теории устойчивости, существует множество нерешенных вопросов. Например, каким образом описать максимальную область притяжения решений нелинейных уравнений, как указать скорость стабилизации решений на бесконечности, какой алгоритм следует использовать при численных исследованиях устойчивости решений с гарантированной точностью и т.д. Особенно это касается неавтономных уравнений.

Впервые условия устойчивости решений линейных систем дифференциальных уравнений с запаздыванием с постоянными коэффициентами были сформулированы на основе спектрального критерия. Но существенный прогресс в теории устойчивости произошел с появлением функционалов Ляпунова – Красовского. Они позволили доказать теоремы об асимптотической устойчивости решений некоторых систем нелинейных автономных дифференциальных уравнений с запаздыванием без использования спектральной информации. Однако функционалы Ляпунова – Красовского не позволяли получить оценки на скорость стабилизации решений на бесконечности, которые были бы аналогами известных оценок решений обыкновенных дифференциальных уравнений (оценки М.Г. Крейна). Впервые оценки типа Крейна на скорость стабилизации решений автономных линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием были получены 15 лет назад в статьях:

- Kharitonov V.L., Hinrichsen D. Exponential estimates for time delay systems// Syst. Control Lett. 2004. V. 53, No. 5. P. 395–405.

- Демиденко Г.В., Матвеева И.И. Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика. 2005. Т. 5, № 3. С. 20–28.
- Хусаинов Д.Я., Иванов А.Ф., Кожаметов А.Т. Оценки сходимости решений линейных стационарных систем дифференциально-разностных уравнений с постоянным запаздыванием // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 8. С. 1137–1140.
- Mondie S., Kharitonov V.L. Exponential estimates for retarded time-delay systems: an LMI approach. IEEE Trans // Autom. Control. 2005. V. 50, No. 2. P.268–273.

В этих работах были введены новые классы функционалов Ляпунова – Красовского. Впервые оценки, характеризующие скорость убывания решений на бесконечности для неавтономных дифференциальных уравнений с запаздыванием с периодическими коэффициентами, были получены Г.В. Демиденко и И.И. Матвеевой (2007). Эти результаты были установлены с использованием нового функционала Ляпунова – Красовского. Впоследствии исполнители проекта вместе с учениками исследовали устойчивость решений для широких классов дифференциальных и разностных уравнений с запаздыванием; см., например, статьи:

- Демиденко Г.В., Матвеева И.И. Об оценках решений систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Сиб. мат. журн. 2014. Т. 55, № 5. С. 1059–1077.
- Demidenko G.V., Matveeva I.I. Estimates for solutions to a class of time-delay systems of neutral type with periodic coefficients and several delays // Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. 2015. V. 2015, N 83. P. 1–22.
- Demidenko G.V., Matveeva I.I. Exponential stability of solutions to nonlinear time delay systems of neutral type // Electron. J. Diff. Equ. 2016. V. 2016, N 19. P. 1–20.
- Матвеева И.И. Об экспоненциальной устойчивости решений периодических систем нейтрального типа с несколькими запаздываниями // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53, № 6. С. 730–740.
- Yskak T. Stability of solutions to systems of differential equations with distributed delay // Funct. Differential Equations. 2018. V. 25, No. 1. P. 97–108.
- Демиденко Г.В., Матвеева И.И., Скворцова М.А. Оценки решений дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами в линейных членах // Сиб. мат. журн. 2019. Т. 60, № 5. С. 1063–1079.
- Matveeva I.I. Exponential stability of solutions to nonlinear time-varying delay systems of neutral type equations with periodic coefficients // Electron. J. Diff. Equ. 2020. V. 2020, No. 20. P. 1–12.
- Матвеева И.И. Оценки экспоненциального убывания решений одного класса нелинейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Журн. выч. матем. мат. физ. 2020. Т. 60, № 4. С. 612–620.

В рамках проекта будут продолжены исследования вопросов устойчивости для классов уравнений и систем с запаздыванием (переменным, неограниченным, сосредоточенным или распределенным). Цель проекта –

установить условия экспоненциальной устойчивости нулевого решения, получить оценки, характеризующие скорость убывания на бесконечности, и оценки областей притяжения.

Волокнистые композиционные материалы получили широкое распространение в самолето- и ракетостроении, автомобильной промышленности, строительстве, медицине; см., например, статьи:

- Hollaway L.C. The evolution of and the way forward for advanced polymer composites in civil infrastructure // *Construction and Building Materials*. 2003. V. 17, No. 6–7. P. 365–378.
- Karbhari V.M. Fiber reinforced composite bridge systems transition from the laboratory to the field // *Composite Structures*. 2004. V. 66, No. 1–4. P. 5–16.
- Bakis C.E., Bank L.C., Brown V.L., Cosenza E., Davalos J.F., Lesko J.J., Machida A., Rizkalla S.H., Triantafillou T.C. Fiberreinforced polymer composites for construction State-of-the-art review // *Journal of Composites for Construction*. 2002. V. 6, No. 2. P. 73–87.
- Soutis C. Fibre reinforced composites in aircraft construction // *Progress in Aerospace Sciences*. 2005. V. 41, No. 2. P. 143–151.
- Cheung H., Ho M.P., Lau K.T., Cardona F., Hui D. Natural fibre-reinforced composites for bioengineering and environmental engineering applications // *Composites Part B: Engineering*. 2009. V. 40, No. 7. P. 655–663.
- Mallick P.K. *Fiber-reinforced composites: materials, manufacturing, and design*. Boca Raton London New York: CRC press, 2007.

Математическое моделирование поведения волокнистых композиционных материалов с дефектами осложнено такими факторами как анизотропия, неоднородность и наличие нескольких масштабных уровней. В частности, математическое исследование осложнено тем, что соответствующие дифференциальные уравнения должны выполняться в негладких областях. Основополагающие результаты, относящиеся к построению моделей упругих и неупругих тел с трещинами при краевых условиях взаимного непроникания берегов, получены в работах А.М. Хлуднева, В.А. Ковтуненко, Е.М. Рудого, J. Sokolowski, G. Leugering, A.-M. Saendig, D. Knees, H.Itou и др. (1995–2012), см., в частности, работы:

- Хлуднев А.М. Задачи теории упругости в негладких областях. М.: Физматлит, 2010.
- Khludnev A.M., Kovtunencko V.A. *Analysis of Cracks in Solids*. Southampton, Boston: WIT Press, 2000.
- Хлуднев А.М. Теория трещин с возможным контактом берегов // *Успехи механики*. 2005. Т. 3, № 4. С. 41–82.

Кроме того, в последние годы (2010–2020) получен ряд результатов, относящихся к анализу равновесия упругих тел и конструкций, содержащих тонкие упругие, жесткие и полужесткие включения при наличии отслоений, см. литературу в работе:

- Khludnev A.M., Corbo Esposito A., Faella L. Optimal control of parameters for elastic body with thin inclusions // *J. Opt. Theory Appl.* 2020. V. 184, No. 1. P. 293–314.

В последнее время большое внимание стали привлекать математические модели, описывающие дефекты в деформируемых телах. Исследование краевых задач о равновесии упругих тел с дефектами следует рассматривать как следующий этап анализа сложных моделей деформирования упругих тел. Рассматриваемые

в проекте модели упругих тел с дефектами обобщают известные более простые модели трещин Баренблатта, Леонова, Панасюка, Дагдейла и модели тонких упругих включений и характеризуются параметром повреждаемости, зависимость от которого предстоит исследовать в рамках проекта. Характер конкретного дефекта связан с выбором функции, ответственной за взаимодействие между противоположными берегами дефекта. Новизна предполагаемых исследований определяется не только новым классом рассматриваемых моделей, но и новыми задачами для них, в частности обратными задачами идентификации неизвестных параметров, а также задачами сопряжения дефектов различной природы.

Актуальность исследований многопараметрических задач теории бифуркаций связана с тем, что дифференциальные и операторные уравнения механики часто содержат сразу несколько существенных управляющих параметров. К указанному классу постановок относится, в частности, проблема описания стационарных волновых конфигураций в теории внутренних волн в неоднородной жидкости:

- Gavriljuk S.L., Makarenko N.I., Sukhinin S.V. *Waves in Continuous Media: Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing*. Birkhauser: Cham, Switzerland, 2017.
- Makarenko N.I., Maltseva J.L., Morozov E.G., Tarakanov R.Yu., Ivanova K.A. Internal waves in marginally stable abyssal stratified flows // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2018. V.25. P. 659–669.

Для исследования локальных бифуркаций в задачах гидродинамики аналитические методы конечномерной редукции использовали В.И.Юдович, А.Л.Афендииков, E.Zeidler, G. Iooss, K. Kirchgassner, A.Mielke, E.Lombardi, T.Iguchi. Топологические и вариационные методы, описывающие поведение ветвей решений вдали от точек бифуркации, развивали С.И.Похожаев, П.И.Плотников, С.Amick, R.E.L.Turner, J.F.Toland, B.Buffoni. В последние годы большой интерес вызывают задачи о ветвлении семейств решений операторных уравнений в граничных точках непрерывного спектра. Эффективными для указанного класса задач оказались обобщения итерационных процедур в сочетании с современными методами спектральной теории и теории псевдодифференциальных операторов. Существенный прогресс был достигнут в работах:

- Makarenko N.I. Equivariant cosymmetry and front solutions of the Dubreil-Jacotin–Long equation. // *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Ser. Math.* 2003. V.337. Part 1: Boussinesq limit, No. 11. P. 753–756. Part 2: Exact solutions, No. 12. P. 815–818.
- Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л. О спектре фазовых скоростей внутренних волн в слабостратифицированной двухслойной жидкости // *Известия РАН. МЖГ*. 2009. №2. С. 125–145.
- Макаренко Н.И., Макридин З.В. Периодические колебания и волны в нелинейных слабо связанных системах с дисперсией // *Труды Математического института им. В.А.Стеклова*. 2018. Т. 300. С. 158–167.

В этих работах были предложены новые конструктивные методы при исследовании поведения операторных резольвент вблизи точек бифуркации. Разработка оригинальных методов, обобщающих классические подходы Ляпунова и Шмидта, позволит получить ответы на ряд принципиальных вопросов о структуре семейств решений нелинейных уравнений стратифицированных течений.

П_6.21.4. Современные математические модели и численные методы ньютоновской механики сплошных сред с применением к геофизике

Предлагаемые научные исследования полностью соответствуют современному уровню мировой математической науки. Проект направлен на разработку ряда новых передовых математических моделей механики сплошных сред, высокоточных численных методов и эффективных, высокораспараллеливаемых алгоритмов для исследования процессов в геологических средах с применением к исследованию извлечения углеводородов, повышения нефтеотдачи пластов, секвестрации CO₂, разведке геотермальной энергии и другим задачам. Предлагаемое исследование, по своей сути, является междисциплинарным, охватывающим прикладную математику, научные вычисления, вычислительную физику и математическую геофизику. Кроме того, оно включает в себя две основные ветви механики сплошных сред, а именно нелинейную механику твердого тела и механику жидкости. Это напрямую связано с применением математики в науке и технике. Унифицированная симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная модель течений в пористых средах может быть применена также в материаловедении, машиностроении и геофизике.

Многие сложные физические процессы в науке, технике и повседневной жизни описываются нестационарными уравнениями в частных производных. На первый взгляд определяющие уравнения для различных процессов, таких как, например, адвекция и диффузия, кажутся совершенно разными и имеющими разную природу. Тем не менее существует возможность сформулировать более общую систему дифференциальных уравнений в частных производных, пригодную для описания всех этих различных процессов в одной и той же математической модели. На основе детального изучения механики сплошных сред, электромагнетизма и других физических явлений С. К. Годунов и Е. И. Роменский сформулировали так называемый класс симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем законов сохранения, которые могут моделировать процессы переноса, распространения волн и диффузии. В рамках этого общего класса можно сформулировать многие известные классические уравнения механики сплошных сред и электродинамики (включая неньютоновскую механику жидкости, нелинейную механику упругопластических сред, электро- и магнито-гидродинамику) в единой математической модели как гиперболическую систему первого порядка с жесткими источниками релаксирующих параметров. Теория симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем позволяет также формулировать новые модели для еще более сложных процессов, таких как многофазные течения и взаимодействие сред разной природы. Все гиперболические термодинамически согласованные системы являются симметрическими гиперболическими в смысле Фридрихса по построению. Их решения удовлетворяют также всем фундаментальным законам неравновесной необратимой термодинамики, а именно сохранению полной энергии (первый закон термодинамики) и неубыванию физической энтропии (второй закон термодинамики). Эти свойства позволяют прямо применять современные численные методы высокого порядка точности для решения гиперболических законов сохранения и тем самым обеспечивают высокую степень достоверности и точности получаемых численных решений.

В последние десятилетия теория симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем использовалась для разработки математической модели нелинейных упругопластических деформаций твердых тел, основа которой была проложена в пионерских исследованиях С.К. Годунова и Е.И. Роменского и затем

использована в моделях описывающих неупругие деформации с упрочнением и разупрочнением. Вся упомянутая методология в последние годы была применена в совместной работе профессора Е.И. Роменского и группы профессора М. Думбсера в Университете Тренто для разработки новой унифицированной гиперболической модели механики сплошных. Эта модель может описывать невязкие и вязкие сжимаемые жидкости с теплопередачей, а также упругие и вязкопластичные теплопроводящие среды, используя единую систему определяющих дифференциальных уравнений в частных производных. С помощью формального асимптотического анализа было доказано, что классическая модель Навье–Стокса–Фурье может быть получена как асимптотический релаксационный предел из унифицированной модели сплошной среды. Унифицированная модель была также обобщена для описания движения среды в электромагнитном поле, в результате чего была разработана симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная модель, описывающая вязкую и невязкую магнитную гидродинамику и движущиеся диэлектрики. Дискретные методы Галеркина в сочетании с ADER-методом высокого порядка, разработанные в группе М. Думбсера, были успешно применены для решения различных тестовых задач. Полученные результаты показали, что предложенная симметрическая гиперболическая термодинамически согласованная унифицированная модель может описывать задачи механики твердого тела и механики жидкости в единой математической формулировке. Унифицированная модель сплошной среды также была расширена до релятивистской гиперболической модели вязкой теплопроводной жидкости, которая совместима с принципом причинности специальной теории относительности Эйнштейна (конечная скорость распространения волн). Недавно на основе теории симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем была разработана модель распространения волн малой амплитуды в насыщенной жидкостью упругой пористой среде. Эта модель хорошо согласуется с известными экспериментальными наблюдениями и существующей теорией Био и, в отличие от теории Био, применима для всего диапазона пористости. В унифицированной модели сплошной среды также реализовано описание механики повреждаемости и разрушения путем добавления новой переменной - параметра повреждаемости. В результате была разработана новая гиперболическая модель фазового поля для хрупко-пластичного разрушения. Поведение материала в этой модели зависит от скорости деформации и температуры и может охватывать широкий диапазон процессов разрушения упругопластических материалов. Упомянутая модель была применена для изучения различных проблем, связанных с механикой разрушения горных пород. Обобщая все вышесказанное, можно сделать вывод, что теория симметрических гиперболических термодинамически согласованных систем является мощным инструментом разработки единого математического описания и вычислительных моделей сложных физических процессов. Целью планируемых исследований является дальнейшее расширение существующей унифицированной модели сплошной среды с использованием теории симметрических гиперболических термодинамически согласованных уравнений для создания унифицированных математических и вычислительных моделей многофазных течений сложной реологии в пористых деформированных средах и применения их к различным геофизическим задачам. Проект ориентирован на вычислительную физику и, в частности, на вычислительную физику горных пород, также называемую цифровой физикой горных пород. Это быстро развивающаяся область исследований в

		<p>области петрофизики. В проекте будут использованы цифровые модели горных пород в масштабе пор, которые получаются с помощью компьютерной микротомографии – стандартного инструмента в петрофизических лабораториях. По сравнению с обычными лабораторными экспериментами основными преимуществами цифровой физики горных пород являются повторяемость экспериментов, возможность моделирования различных сценариев и варьирования параметров экспериментов, а также неразрушаемость реальных образцов. Последнее свойство имеет особое значение, поскольку большинство лабораторных экспериментов приводят к разрушению свойств керна или его необратимым изменениям. В этом проекте объединены все механические процессы, возникающие в масштабе пор, с целью описания эффективных характеристик породы на масштабекерна. В частности, предложенная математическая модель и численные методы позволят моделировать статическое и квазистатическое нагружения, а также колебательные испытания для оценки упругих параметров насыщенных жидкостью образцов. Кроме того, участники команды проекта планируют моделировать многофазный поток флюидов с переменной смачиваемостью, что имеет решающее значение для вытеснения углеводородов и исследования тепловой энергии, где свойства флюидов могут изменяться из-за значительных изменений внешних условий пласта. Объединение всех этих эффектов в единую мультифизическую модель позволит значительно повысить точность и эффективность прогностического моделирования, тем самым улучшив сейсмические и акустические методы мониторинга характеристик нефтегазоносных и геотермальных резервуаров.</p>
3.	<p>Планы центра по сотрудничеству с научно-исследовательскими организациями Российской Федерации</p>	<p>В рамках реализации исследовательской программы П1. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»</p> <p>П_1.19.1.Геометрические аспекты математической физики. Высшая школа экономики: проведение совместных исследований (совместно с А.А. Глуцюком), организация школы The International conference-school on algebraic geometry «Siberian summer school: Current developments in Geometry».</p> <p>П_1.19.2. Теория оптимального управления.</p> <p>1) Исследовательский центр процессов управления (Институт программных систем им. А.К. Алаймазяна РАН): совместные исследования, проведение мероприятий, приглашение сотрудников для чтения курсов лекций для студентов и аспирантов.</p> <p>2) Волгоградский государственный университет: совместные исследования, проведение мероприятий, приглашение сотрудников для чтения курсов лекций для студентов и аспирантов.</p> <p>3) Горно-Алтайский государственный университет: проведение мероприятий, приглашение сотрудников для чтения курсов лекций для студентов и аспирантов.</p> <p>4) Математический институт им. В.А. Стеклова РАН.</p> <p>5) Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (механико-математический факультет и факультет вычислительной математики и кибернетики).</p> <p>6) Математический Институт им. С.М. Никольского (РУДН, Москва), исследователи: А.В. Арутюнов, В.И. Буренков.</p>

7) ЮМИ ВНИЦ РАН (Владикавказ), исследователь: Ю.Г. Никоноров.

8) Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Омск), исследователь: И.А. Зубарева.

9) Институт компьютерных исследований при Удмуртском государственном университете.

10) Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

В области математического суперкомпьютерного моделирования акустической томографии: с РФЯЦ-ВНИИЭФ, Институтом прикладной математики им. М.В. Келдыша, Научно-исследовательским вычислительным центром МГУ. В области малоракурсной и диффузионной томографии: с РФЯЦ-ВНИИТФ. В области математических моделей экономики: с Институтом экономики и организации промышленного производства СО РАН, МФТИ и ФИЦ «Информатика и управление» РАН.

В области тензорных приближений и малоранговой аппроксимации: с Институтом вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, МГУ. В области разработки и идентификации цифровых двойников каталитических реакторов: с Институтом катализа СО РАН, Институтом теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН. В области процессов тепломассопереноса: с Институтом теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН.

В области математического моделирования физических процессов в пористых средах предполагается сотрудничество с Институтом катализа СО РАН и Институтом нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН.

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы.

Совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Санкт-Петербургским государственным университетом, Челябинским государственным университетом;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений; неоднородные краевые задачи для уравнений типа Навье – Стокса сжимаемых многокомпонентных сред) с Воронежским государственным университетом;

совместные исследования по направлению деятельности центра (асимптотические свойства решений дифференциально-разностных и интегро-дифференциальных уравнений) с Российским университетом дружбы народов, Пермским национальным исследовательским политехническим университетом, с Институтом динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова (Иркутск), с Крымским федеральным университетом им. В.И. Вернадского;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений; обратные задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Северо-Восточным федеральным университетом имени М.К. Аммосова;

совместные исследования по направлению деятельности центра (обратные задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Югорским государственным университетом;

совместные исследования по направлению деятельности центра (ветвление решений нелинейных дифференциальных и операторных уравнений) с Институтом океанологии им. П.П. Ширшова РАН.

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Планируется мероприятие «Развитие сотрудничества с Казанским федеральным университетом (КФУ) в рамках направления «Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных», в рамках которого будут осуществляться визиты для совместной научной работы сотрудников центра в КФУ, визиты для совместной научной работы сотрудников КФУ в ИМ СО РАН, проведение мастер-классов и лекционных курсов в консорциуме с сотрудниками КФУ.

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Расширение имеющихся и развитие новых контактов с научно-исследовательскими группами Москвы: МИ РАН им Стеклова, МГУ, ИППИ РАН; Санкт-Петербурга: СПбГУ (в частности с Эйлеровской лабораторией), ГУАП (гос ун-т авиаприборостроения), ПОМИ РАН; Новосибирска: НГТУ, Нац. медицинского исследовательского центра им. Мешалкина, НИИ клинической кардиологии им. Мясникова, ИХБФМ СО РАН; а также с ТГУ (Томск), ОмГУ (Омск).

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

Планируется продолжить научное сотрудничество с Академией Криптографии РФ, Институтом криптографии, связи и информатики (г. Москва), Томским государственным университетом, Военным инновационным технополисом ЭРА (г. Анапа, Краснодарский край) и другими организациями.

В рамках реализации исследовательской программы П3. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Высшая школа экономики (С.К. Ландо, Г.К. Челноков): проведение совместных исследований.

Московский государственный университет (Г.Б. Шабат и его ученики): проведение совместных исследовательских семинаров по тематике проекта.

ПОМИ РАН (И.Н. Пономаренко): проведение совместных исследований.

ИММ УрО РАН, Уральский Федеральный и Челябинский государственный университеты: проведение совместных исследований, молодежных школ и международных конференций.

Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова: проведение международной конференции по комбинаторной алгебре, посвященной 100-летию А.И. Ширшова, и международного семинара по компьютерной алгебре и научным вычислениям (ICASC) в 2021 году.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

Планируется сотрудничество сотрудников Центра с ведущими российскими вузами: МФТИ, МГУ, НГТУ, ОмГУ, ОмГТУ. Особо отметим, что в первых двух вузах работают ведущие специалисты по анализу данных и комбинаторике (А. Райгородский, К. Воронцов и другие).

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Планируется сотрудничество с другими организациями Российской Федерации, заинтересованными в многомерном анализе сложности: ИММ УрО РАН и ПОМИ РАН. Конкретно с ПОМИ РАН планируется создание в НГУ филиала Computer Science Club, который на данный момент работает в Санкт-Петербурге и Казани. В клуб приглашаются ученые со всего мира для чтения курсов по современным темам в области компьютерных наук. Как правило, их расходы возмещаются принимающей стороной.

В рамках реализации исследовательской программы П4 «Физико-математическое моделирование технологических процессов»

П_4.21.1. Пространственные динамические стохастические процессы

Совместное исследование с Институтом химической биологии и фундаментальной медицины СО РАН.

Целью исследования является разработка новых методов диагностики рака предстательной железы по генетическим данным. Работа будет посвящена анализу данных о внутримолекулярном разнообразии потенциальных эпигенетических ДНК-маркеров рака предстательной железы, а именно изучению их функциональной роли и диагностического потенциала. Рак предстательной железы (РПЖ) является вторым по частоте диагностирования раком у мужчин в мире. В 2018 г. доля РПЖ составила 13,5% от всех онкологических заболеваний, диагностированных у мужчин. РПЖ имеет 100% 5-летнюю относительную выживаемость при раннем диагностировании (до появления отдаленных метастазов). Таким образом, скрининг РПЖ на предмет локализованного рака жизненно важен для успешного лечения и увеличения продолжительности и качества жизни.

Несмотря на то что на сегодняшний день разработаны различные тесты для диагностики и прогнозирования РПЖ, их широкое внедрение в клиническую практику ограничено из-за отсутствия их прогностической способности, инвазивности процедуры или из-за высокой стоимости теста. Таким образом, в онкоурологии существует острая необходимость в эффективных маркерах РПЖ для решения различных клинических задач, в том числе для эффективной диагностики ранних стадий РПЖ. Циркулирующая в крови ДНК – удобный источник ДНК из опухолевых клеток и их окружения, который можно использовать для диагностики опухолевого процесса. Наиболее многообещающими маркерами онкотрансформации могут быть эпигенетические изменения в составе цирДНК, к которым в первую очередь относится метилирование цитозинов в составе динуклеотидов CpG. Актуальность предлагаемого научного проекта обусловлена получением фундаментальных комплексных данных об изменении статуса метилирования цитозинов в CpG-динуклеотидах промоторных областей генов отдельных молекул цирДНК крови, ассоциированных с РПЖ, и их потенциале в качестве диагностических маркеров. Впервые в мире будет проведен анализ внутримолекулярного разнообразия потенциальных эпигенетических ДНК-маркеров рака простаты в составе отдельных молекул циркулирующей ДНК, связанных с поверхностью клеток крови. В настоящее время в мировой практике не предложены специфические генетические маркеры доброкачественных, предраковых состояний или РПЖ, что указывает на перспективность работы по анализу нуклеиновых кислот циркулирующей крови в диагностических целях.

Для анализа данных будут использоваться статистические методы для многомерных данных, включая многомерный регрессионный анализ, поскольку такие данные существенно многомерны.

Совместное исследование с Институтом молекулярной и клеточной биологии СО РАН и Новосибирским государственным медицинским университетом.

Целью исследования является разработка новых методов диагностики острых лейкозов на основе генетического материала микроРНК. Исследования будут проводиться с целью получения новых фундаментальных знаний о природе опухолевых заболеваний крови и патогенетических механизмах прогрессирования опухолей. Работа будет вестись в русле исследовательских проектов мирового уровня по углубленному молекулярно-генетическому и эпигенетическому анализу опухолевого субстрата при гемобластозе как фундаментальной основы канцерогенеза и источника для разработки новых прорывных технологий лечения.

Биология внеклеточных микроРНК является относительно недавней тенденцией в изучении роли везикулярного транспорта и представляет значительный интерес для научного сообщества во многих странах мира.

Изучение профиля микроРНК крови и костного мозга направлено на выявление эпигенетических биомаркеров злокачественных новообразований кроветворения. Эти данные могут быть использованы для ранней диагностики, контроля опухолей, прогноза и оценки риска. Многие ключевые микроРНК могут стать многообещающими терапевтическими мишенями и даже терапевтическими средствами. По мнению большинства современных авторов, новые открытия в этой области уже способствуют пониманию и мониторингу течения многих солидных раковых опухолей, и в будущем ожидается гораздо больший прогресс в изучении этих процессов.

Генетические данные, которые будут рассмотрены, существенно многомерны. Поэтому будут использоваться статистические методы анализа многомерных данных, включая многомерный регрессионный анализ.

В рамках реализации исследовательской программы П5 «Задачи классификации в математике и теоретической информатике»

П_5.21.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

В работе над проблемами онлайн-вычислений и теории вычислимых структур планируется сотрудничество с профессорами М.М. Арслановым и И.Ш. Калимуллиним (Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа, г. Казань) и их исследовательской группой.

П_5.21.3. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Для достижения целей проекта планируется сотрудничество со следующими исследователями, работающими в научно-исследовательских организациях Российской Федерации: В. Кабанов (Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, Россия) по теории графов Деза и спектральной теории графов.

П_5.21.4. Криптография и информационная безопасность

Планируется проведение совместных исследований со следующими учеными из российских научно-образовательных центров: Денис Колегов (доцент кафедры компьютерной безопасности Томского государственного университета, главный security developer в Bi.Zone), Марина Пудовкина (доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва), Екатерина Малыгина (доцент Балтийского федерального университета имени Иммануила Канта, Калининград), Антон Николаев (разработчик сервисов анализа безопасности в компании BI.ZONE, ведущий разработчик фреймворка Grinder) и Ирина Панкратова (доцент Томского государственного университета).

В рамках реализации исследовательской программы Пб «Математические основания физики»

П_6.21.1. Геометрический анализ и его приложения

Планируется проводить совместные исследования с Владимиром Клячиным из ВолГУ и его коллегами (Алексей Клячин, Наталья Полубоярова и другие) и аспирантами, а также коллегами Юрия Сачкова из Переславля-Залесского (ИПС РАН), в частности – с молодыми исследователями (Андрей Ардентов, Алексей Маштаков и другие) и аспирантами для обмена знаниями, опытом и получения результатов на стыке фундаментальной и прикладной математики. Целью этого исследования станет применение теоретических результатов, полученных в областях геометрического и квазиконформного анализа, для решения задач естествознания. В частности, для решения задач нелинейной теории упругости с применением решений к некоторым средам, обладающим свойством гиперупругости (например, таковым является человеческий мозг). Ожидаемые результаты могут быть очень полезны для медицины. Недавно В.А. Клячин совместно со своими коллегами получили ряд выдающихся результатов, связанных с вычислительной математикой.

П_6.21.2. Геометрические аспекты математической физики

Планируется пригласить следующих исследователей, работающих в научно-исследовательских организациях Российской Федерации, для обмена опытом и совместной исследовательской деятельности: В.В. Пржиялковский (Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»), Математический институт имени В. А. Стеклова РАН), Н.А. Тюрин (Объединенный институт ядерных исследований, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»), С.О. Горчинский (Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»), М.А. Королев (Математический институт имени В. А. Стеклова РАН).

Планируется организовать сибирскую летнюю школу-конференцию по алгебраической геометрии совместно с Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» (Москва).

		<p>П_6.21.3. Дифференциальные уравнения и динамические системы</p> <p>В ходе реализации проекта планируется развитие сотрудничества с учеными из следующих научно-исследовательских организаций: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва), Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ «Информатика и управление» РАН (Москва), Российский университет дружбы народов (Москва), Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь), Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского (Симферополь), Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН (Нальчик), Челябинский государственный университет (Челябинск), Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН (Иркутск), Северо-Восточный федеральный университет (Якутск), Сибирский федеральный университет (Красноярск), Югорский государственный университет (Ханты-Мансийск).</p>
4.	<p>Планы центра по сотрудничеству с зарубежными научно-исследовательскими организациями</p>	<p>В рамках реализации исследовательской программы П. «Решение математических проблем, возникающих в естествознании»</p> <p>П_1.19.1. Геометрические аспекты математической физики.</p> <p>Университет Тель-Авива: совместные исследования с М. Бялым и Л. Шалом.</p> <p>Университет Цингхуа (Tsinghua university, China): совместные исследования с Ю. Жангом, Х. Ма. Организация совместных конференций.</p> <p>Университет науки и технологий Китая (University of Science and Technology of China, Hefei): совместные исследования с Д. Цо. Организация совместных конференций.</p> <p>Цуда колледж (Tsuda College, Tokyo): совместные исследования с А. Накаяшики.</p> <p>Университет Белостока (Польша): совместные исследования с А. Доброговской и А. Обзиевичем.</p> <p>Университет г. Брешия, Италия: совместные исследования локальной разрешимости задач со свободной границей плазма-вакуум для уравнений МГД идеальной сжимаемой или несжимаемой жидкости. Предполагается также привлечение специалистов к чтению лекций в рамках мероприятий, проводимых в ММЦ.</p> <p>Университет г. Констанц, Германия: совместные исследования устойчивости ударных волн для уравнений эластодинамики типа Олдройда и уравнений МГД. Предполагается привлечение специалистов к чтению лекций в рамках мероприятий, проводимых в ММЦ.</p> <p>Уханьский нормальный университет, Китай: совместные исследования устойчивости ударных волн для уравнений идеальной сжимаемой двухфазной двухскоростной жидкости. Предполагается привлечение специалистов к чтению лекций в рамках мероприятий, проводимых в ММЦ.</p> <p>Уханьский университет, Китай: совместные исследования локальной разрешимости задачи со свободной границей плазма-вакуум для уравнений релятивистской МГД. Предполагается привлечение специалистов к чтению лекций в рамках мероприятий, проводимых в ММЦ.</p> <p>П_1.19.2. Теория оптимального управления.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) SISSA (Триест, Италия), исследователь: А.А. Аграчев, 2) University of Oxford (Оксфорд, Великобритания), исследователь: Jan Kristensen, 3) University of British Columbia (Ванкувер, Канада), исследователь: TaiPengTsai,

- 4) Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli (Неаполь, Италия), исследователь: Russo Remigio,
- 5) Vilniaus universitetas (Вильнюс, Литва), исследователь: Pileckas Konstantin,
- 6) University of Jyväskylä (Ювяскюля, Финляндия), исследователь: Pekka Koskela,
- 7) University of Helsinki (Хельсинки, Финляндия), исследователь: Olli Martio,
- 8) Житомирский государственный университет (Житомир, Украина), исследователь: Е.А. Севостьянов,
- 9) Институт прикладной математики и механики НАН Украины (Славянск), исследователь: В.И. Рязанов,
- 10) Holon Institute of Technology (Холон, Израиль), исследователь: Э. Якубов,
- 11) Università degli Studi di Padova (Падуга, Италия), исследователь: Nicola Garofalo,
- 12) CNRS (Тулуза, Франция), исследователь: Jean-Paul Laumond,
- 13) Венский Университет (Вена, Австрия), исследователи: группы «Прикладная математика и моделирование» и «Многоуровневое вариационное исчисление и УЧП»,
- 14) Эколь Политехник (Париж, Франция),
- 15) Университет Тулона (Франция),
- 16) Университет Пизы (Италия),
- 17) Технический университет (Эйндховен, Нидерланды),
- 18) Северо-восточный нормальный университет (Чанчунь, КНР).

П_1.19.3. Обратные задачи естествознания.

В области решения прикладных обратных задач авиапромышленности: с Institut national de recherche en informatique et en automatique, Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (Франция). По разработке теории обратных задач: с Wichita State University, Washington University, Charlotte State University (США), Tokyo University, Hokkaido University (Япония), Università degli Studi di Firenze (Италия), Ghent University (Бельгия). В области обратных задач геофизики: с Institute of Geology and Geophysics (Китай), State University of Norte Fluminense Darcy Ribeiro (Бразилия). По разработке и обоснованию новых итерационных методов решения обратных задач: с Vienna University (Австрия).

Потомографии: с Chemnitz University, Saarland University (Германия).

По идентификации математических моделей экономических процессов: с Fudan University, Tianjin University of Finance and Economics (Китай). По разработке новых вычислительных методов решения прямых и обратных задач математической физики: с Iowa State University (США). По приложениям обратных задач в медицине и биологии: с Institute of Mathematics (Вьетнам). В области линейного интегрирования нелинейных динамических систем: с University of Helsinki (Финляндия), Cambridge University (Великобритания).

В области математического моделирования физических процессов в пористых средах предполагается сотрудничество с Institute of Science and Technology, Австрия; Hradec Kralove University, Чехия; La Rochelle University, Франция.

В области спектральной геометрии и геометрических методов в обратных задачах предполагается сотрудничество с MINES Paris Tech, Франция; University of Pennsylvania; University of Washington; Université de Lille, Франция; Tata Institute of Fundamental Research, Бангалор, Индия.

П_1.19.4. Дифференциальные уравнения и динамические системы.

Совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Российско-Армянским университетом;

совместные исследования по направлению деятельности центра (асимптотические свойства решений дифференциально-разностных и интегро-дифференциальных уравнений) с Полоцким государственным университетом;

совместные исследования по направлению деятельности центра (обратные задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Национальным университетом Узбекистана;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Казахским национальным университетом имени аль-Фараби, Институтом математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан;

совместные исследования по направлению деятельности центра (асимптотические свойства решений дифференциально-разностных и интегро-дифференциальных уравнений) с Ариэльским университетом, Израиль;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Bolyai Institute, University of Szeged;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) со Свободным университетом Берлина;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений) с Selcuk Universite, Кония, Турция;

совместные исследования по направлению деятельности центра (краевые задачи для дифференциальных и дифференциально-операторных уравнений; неоднородные краевые задачи для уравнений типа Навье – Стокса сжимаемых многокомпонентных сред) с Институтом математики, Прага, Чешская Республика;

совместные научные исследования Department of Mathematics, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan;

проведение совместных работ со специалистами Университета Экс-Марсель (Франция).

В рамках реализации исследовательской программы П2. «Обработка данных, машинное обучение и криптография»

П_2.19.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных.

Планируется мероприятие «Развитие сотрудничества с ведущими мировыми научно-исследовательскими центрами в рамках направления “Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных”», в рамках которого будут осуществляться стажировки и визиты для совместной научной работы сотрудников центра в ведущие мировые университеты, визиты для совместной научной работы всемирно признанных специалистов по математической логике и теоретической информатике в ИМ СО РАН, проведение мастер-классов и лекционных курсов ведущими мировыми специалистами в консорциуме.

В рамках этого мероприятия будет укреплено сотрудничество с ведущими мировыми университетами, в том числе входящими в топ-100 рейтинга ТНЕ: Калифорнийский университет в Беркли (США), Национальный университет Сингапура, Висконсинский университет в Мадисоне (США), Гейдельбергский университет имени

Рупрехта и Карла (Германия), Наньянский технологический университет (Сингапур), Корейский институт передовых технологий (Республика Корея) и др. Также будет проводиться совместная научно-исследовательская работа в области обработки больших данных с сотрудниками Big Data Institute (Shenzhen University, Китай).

П_2.19.2. Современные направления теории вероятностей и ее приложений.

Вероятностная группа поддерживает многолетние научные контакты и проводит совместные научные исследования со многими зарубежными коллегами, подкрепленные совместными грантами. Кроме этого, в последние годы появились новые контакты. Планируется расширять взаимодействие со следующими исследовательскими организациями:

Франция: ENS (Paris), INRIA (Paris), университеты d'Orsay, Paris 13, ESSEC Business school (Paris);

Германия: университеты в Augsburg, Karlsruhe;

Великобритания: университеты Heriot-Watt (Эдинбург), Manchester, Lancaster, Cambridge, Liverpool;

Голландия: технический университет Eindhoven (Эйндховен), CWI (Амстердам);

Швейцария: EPFL (Lausanne), университет Берна;

Польша: Вроцлавский университет и Вроцлавский технический университет;

Швеция: Chalmers University of Technology (Гетеборг);

США: University of Texas at Austin, University of California at Berkeley, Stanford University, Columbia University, University of Illinois at Champaign-Urbana, Michigan University, John Hopkins University, Brown University;

Дания: университеты Aarhus, Copenhagen;

Китай: университеты Nankai (Тяньцзинь), Beijing Normal (Пекин), Soochow (Суджоу);

Япония: Tokyo Science University;

Австралия: University of Melbourne, University of Sydney, Brisbane University.

В частности, с французскими научными организациями планируются совместные исследования по теории графов и по коммуникационным сетям;

с университетом Аугсбурга – по исследованию траекторий случайных блужданий;

с университетом Джона Хопкинса – по медицинской тематике;

с китайскими университетами – по теории риска и сублинейным средним;

с университетами в Austin и в Champaign-Urbana – по коммуникационным сетям;

с EPFL – по задачам оптимизации в коммуникационных сетях и т.д.

П_2.19.3. Криптография и информационная безопасность.

В настоящее время имеется совместный международный проект «Development of a new joint educational program in Information Security and Cryptography at the University of Bergen and Novosibirsk State University»

Новосибирского государственного университета и Бергенского университета (г. Берген, Королевство Норвегия) на 2019–2020 годы. В рамках проекта запланированы обменные визиты в Берген и Новосибирск (соответственно) для чтения лекций и научных исследований. В 2019 и 2020 годах в Новосибирск приедут:

– Lilya Budaghyan, профессор, руководитель Селмер-центра университета города Бергена (Норвегия), академик Норвежской Академии Наук, специалист в области дискретной математики и криптографии;

– Chunlei Li, доцент факультета информатики университета города Бергена (Норвегия), специалист в области информационной безопасности, криптографии и блокчейн-технологий;

– аспиранты Бергенского университета.

Планируется визит двух участников научной группы (Калгин, Токарева) в Бергенский университет в 2019 году и стажировка аспирантов НГУ и ИМ СО РАН в Селмер-центре Бергенского университета в 2020 году. (Куценко, Облаухов).

В рамках сотрудничества с Бергенским университетом уже имеются следующие результаты.:

Участие в международном оппонировании. В июне 2018 г. Н.Н. Токарева выступила оппонентом на защите кандидатской диссертации Bo Sun (тема: On classification and some properties of APN functions) в Бергенском университете. Непосредственно присутствовала на защите.

Участие в чтении курсов лекций. В сентябре и декабре 2018 г. Н.Н. Токаревой были прочитаны курсы лекций по исследовательским темам в криптографии в Селмер-центре Бергенского университета (5 и 8 лекций соответственно).

Тесное сотрудничество идет с лабораторией компьютерной безопасности и криптографии COSIC (г. Лёвен, Бельгия), широко известной по разработке многих мировых криптографических стандартов. Эта лаборатория является одной из самых успешных криптографических лабораторий мира. Сотрудниками именно этой научной лаборатории были разработаны современный стандарт блочного шифрования США – шифр AES, а также новая хеш-функция Кессак, ставшая победителем международного конкурса SHA3. Университет г. Лёвена (Бельгия) входит в ТОП-100 (QS-71, THE-40, ARWU-93). Наши сотрудники в различное время стажировались в данной лаборатории: Н.Н. Токарева (2012), А.А. Городилова (2013), В.А. Идрисова (2013), Н.А. Коломеец (2014), и имеют с ней совместные публикации. Стажировки прошли очень успешно и позволили обратить внимание участников проекта на новые математические задачи в области криптографических булевых функций.

В рамках сотрудничества с лабораторией COSIC планируется приезд в Новосибирск ее руководителя Bart Preneel – профессора, директора международной ассоциации криптографических исследований, в рамках которого предполагается чтение курса лекций приглашенным специалистом.

Планируется сотрудничество с Техническим университетом Дании, в рамках которого предполагается проведение курса лекций в НГУ профессором Lars Knudsen – заведующим кафедрой математики и руководителем группы криптоанализа в Техническом университете Дании, ведущим разработчиком шифров, криптографических протоколов и методов криптоанализа шифров. Lars Knudsen является академиком Датской академии технических наук. Технический университет Дании имеет высокий рейтинг (QS-116, THE-176, ARWU 151-200).

Планируется сотрудничество с Делфтским техническим университетом (Нидерланды), в рамках которого предполагается чтение курса лекций в НГУ ее сотрудником Stjepan Picek – доцентом Делфтского технического университета (Нидерланды), специалистом в области криптографии и кибербезопасности. Делфтский технический университет (Нидерланды) входит в ТОП-100 (QS-54, THE-59, ARWU-151-200).

Планируется сотрудничество с Индийским технологическим институтом г. Рурки (Индия), в рамках которого предполагается чтение курса лекций в НГУ ее сотрудником Sugata Gangopadhyay – доцентом факультета

компьютерных наук и инженерии Индийского технологического института г. Рурки (Индия), ведущим специалистом в области алгебры и теории информации, в том числе квантовой теории информации. Планируется сотрудничество с лабораторией компьютерной безопасности Стэнфордского университета (США), в рамках которого предполагается осуществление совместной научно-исследовательской деятельности (Идрисова).

Н.Н. Токарева входила и входит в программные комитеты международных конференций: CTCrypt-2017, 2019 – Current trends in Cryptography (Russia), WCC 2019 – Workshop on Coding and Cryptography (France), WAIFI 2018 – International Workshop on the Arithmetic of Finite Fields (Norway).

В рамках реализации исследовательской программы ПЗ. «Эффективные алгоритмы и теоретические вопросы сложности вычислений»

П_3.19.1. Алгебраическая комбинаторика и комбинаторная алгебра: теория и алгоритмы.

Университет Сан-Паулу (USP), Бразилия; Университет Детройта (Wayne State Univ.), США; Евразийский университет, Казахстан: совместные исследования комбинаторики йордановых алгебр, алгебр Новикова и Пуассона, 2021–2024 гг. Предполагается привлечение ведущих ученых к проведению исследований в ММЦ. Колледж Тринити, Ирландия; Университет Страсбурга, Франция; Математический институт Черна, КНР: проведение молодежных научных семинаров по комбинаторике операд и ее приложениям к алгебраическим задачам. Предполагается привлечение специалистов к чтению лекций в рамках мероприятий, проводимых в ММЦ.

Университет Сиднея (Австралия): проведение сателлитной конференции в рамках Международного математического конгресса (ICM2022) по алгебраическим аспектам теории представлений.

Южно-Китайский педагогический университет (SCNU): центр комбинаторной алгебры в SCNU был организован в 2008 году при непосредственном участии специалистов ИМ СО РАН. Планируется привлечение аспирантов и постдоков этого подразделения для проведения исследований алгоритмических проблем теории неассоциативных алгебр в ММЦ.

В рамках серии международных школ для аспирантов и конференций по графам и группам – G2 (<https://conferences.famnit.upr.si/event/13/page/2>) – с 12 по 25 августа 2019 года в г. Ичан (Китай) пройдет совместное мероприятие Международного Математического центра и Университета Трёх Ущелий.

Совместно с Университетом Приморска (Копер, Словения), в рамках 8 Европейского Математического Конгресса 2020 (8ECM) будет проведена сателлитная школа по графам и группам, а также мини-симпозиум по этой же тематике. Оба мероприятия утверждены оргкомитетом 8ECM (детали см. на сайте <https://conferences.famnit.upr.si/indico/event/13/>).

Совместно с Университетом Шарифа и Институтом Исследований в Фундаментальных науках, (Тегеран, Иран) в 2019 году будут проведены работы по направлению «Спектральная теория графов», организатор с иранской стороны: С. Акбари.

Совместно с Шанхайским университетом транспорта (Китай, Shanghai Jiao Tong University) будут проведены работы по направлению «Спектральная теория графов», организатор с китайской стороны: Я. Ву.

Йоннамский Университет, Южная Корея (профессор Йонг Су Квон и его группа): проведение совместных исследований и публикация совместных работ.

Университет Западной Богемии в Пльзени, Чехия (профессор Роман Неделя и его группа): проведение совместных исследований и организация школ и конференций по тематике проекта.

Университет Приморска, Словения (профессор Томаш Пизански, ректор Клавдия Кутнар и их группы): проведение совместных исследований.

Университет Фудан, Шанхай, Китай (профессор Хуа Бобо): проведение совместных исследований и публикация совместных работ.

Университет Линкольна, Великобритания (проф. Хухро и его коллеги): проведение совместных исследований.

Университет Бразилиа, Бразилия (проф. Шумяцкий и его коллеги): проведение совместных исследований.

Институт математики Венгерской Академии наук им. А. Реньи (проф. Пибер и его ученики): проведение совместных исследований.

Университет Бирмингема, Великобритания (проф. К. Паркер и С. Шпекторов и их ученики): проведение совместных исследований и организация совместных школ и конференций.

Империял Колледж, Лондон, Великобритания (проф. А. Иванов): проведение совместных исследований и организация совместных школ и конференций.

П_3.19.2. Алгебро-логические методы решения задач криптографии, универсальной алгебраической геометрии и машинного обучения.

Планируется сотрудничество с Stevens Institute of Technology, на базе которого уже создан центр алгебраической криптографии. Кроме того, планируется взаимодействие со специалистами Университета Бар-Илан (Израиль) по криптографии (профессор Б. Цабан и его школа) и алгебраической геометрии (школа профессора Б. Плоткина).

П_3.19.3. Многомерный анализ вычислительной сложности и доказуемо оптимальные алгоритмы.

Бергенский университет (Норвегия): сильнейшая в мире группа по многомерному анализу сложности вычислений. В данном университете также работает основатель этого направления, проф. Майкл Феллоуз, который летом 2019 г. посетил НГУ.

Берлинский технический университет (Германия): с исследовательской группой по теории алгоритмов и сложности вычислений и ее руководителем проф. Рольфом Нидермайером нас связывает многолетняя работа в области задач биоинформатики, маршрутизации транспорта, теории графов, в том числе совместные исследовательские проекты РФФИ и Немецкого научно-исследовательского общества по редукции данных. Проф. Нидермайер посетил НГУ летом 2017 г., есть совместные публикации в Q1 и Q2 по базе Scopus.

Кильский университет (Германия): группа проф. Кляуса Янсена в мире известна доказуемо оптимальными алгоритмами оптимизации расписаний и упаковок, были начаты совместные исследования в этой области в феврале 2019 г.

Университет Бонна (Германия): с проф. Матиасом Мнихом ведутся совместные исследования по многомерному анализу сложности задач оптимизации расписаний. Есть совместные публикации в Q1 и Q2 по базе Scopus.

Университет Марбург (Германия): с проф. Кристианом Комусевичем ведутся совместные исследования по многомерному анализу сложности задач теории графов и биоинформатики. Есть совместные публикации в Q1 и Q2 по базе Scopus.

Оксфордский университет, университет Райерсона: ведутся совместные исследования в области инженерии знаний.

В рамках реализации исследовательской программы П4 «Физико-математическое моделирование технологических процессов»

П_4.21.1. Пространственные динамические стохастические процессы

В направлении исследований стабильности и вероятности редких событий основное сотрудничество членов команды проекта будет идти с исследовательской группой ENS/INRIA во главе с F. Baccelli и включающей в себя известных ученых Bartek Blaszczyszyn и Marc Lelarge, а также ряд молодых исследователей, в том числе, Simon Coste и Michel Davydov. В дальнейшем планируется сотрудничать с Alexander Stolyar (Champaign-Urbana), Takis Konstantopoulos (Liverpool), Thomas Mountford (EPFL), Matthias Schulte (TU Hamburg), Maria Kratz (Paris), Bastien Mallein and Sanjay Ramassami (Paris), Guenter Last (Karlsruhe), Vitali Wachtel (Augsburg), Денисом Денисовым (Манчестер), и рядом других коллег.

П_4.21.2. Обратные задачи в естественных науках

Планируется проводить совместные исследования со следующими учеными из зарубежных научно-образовательных центров: Prof. M. Ruzhansky (Ghent University, Belgium), Д. Сураган (Назарбаев Университет, Казахстан), V. Isakov (Wichita University, USA), проф. R. Ramlau (Radon Institute of Computational and Applied Mathematics, Austria), Prof. D. Lesnic (Leeds University, UK), Prof. J. Cheng (Fudan University, China), Prof. S. Petrovskii (University of Leister, UK). Предполагается сотрудничество с немецкой группой в PDI (Берлин). В разработке методов прикладной топологии мы планируем сотрудничать с H. Edelsbrunner (IST, Vienna, Austria).

В рамках реализации исследовательской программы П5 «Задачи классификации в математике и теоретической информатике»

П_5.21.1. Цифровизация математических моделей и интеллектуальные системы обработки данных

В работе над проблемами онлайн-вычислений планируется сотрудничество со следующими учеными: проф. Martin Ziegler (KAIST, Republic of Korea) и его исследовательская группа, проф. Rod Downey (Victoria University of Wellington, New Zealand) и его группа, проф. Keng Meng Ng (Nanyang Technological University, Singapore).

В работе над проблемами вычислимого анализа и эффективной дескриптивной теории множеств планируется сотрудничество со специалистами: проф. Takayuki Kihara (Nagoya University, Japan); проф. Mathieu Hoyrup (INRIA-LORIA Nancy, France); проф. Arno Pauly (University of Swansea, UK); проф. Tim McNicholl (Iowa State University, US); проф. Johanna Franklin (Hofstra University, US).

В работе над проблемами теории вычислимых структур и теории нумераций планируется сотрудничество со специалистами: проф. Andrea Sorbi (University of Siena, Italy); проф. Steffen Lempp и проф. Uri Andrews (University of Wisconsin–Madison, US); проф. Екатерина Фокина (Vienna University of Technology, Austria); проф. Серикжан Бадаев (Казахстанско-Британский технический университет, Казахстан).

В работе над проблемами data science планируется сотрудничество с проф. Joshua Huang, директором Institute of Big Data at Shenzhen University (China) и членами его исследовательской группы.

В работе над аспектами вычислимости в теории доказательств планируется сотрудничество с проф. Keita Yokoyama из Japan Advanced Institute of Science and Technology.

П_5.21.3. Прикладная абстрактная алгебра: алгебраические методы в топологии, комбинаторике и теории сложности вычислений

Для достижения целей проекта планируется сотрудничество со следующими исследователями, работающими в зарубежных научно-исследовательских организациях.

1. Ш.Э. Прегер (Университет Западной Австралии, Австралия) по проблеме замыкания,
2. М. Музычук (Университет Бен-Гуриона в Негеве, Израиль) по проблеме изоморфизма графов Кэли,
3. И. Ковач (Университет Приморска, Словения) по проблеме изоморфизма графов Кэли,
4. П. Палфи (Институт математики Альфреда, Венгрия) по проблеме изоморфизма графов Кэли,
5. Г. Сомлаи (Университет Этвоша Лорана, Венгрия) по проблеме изоморфизма графов Кэли,
6. П. Швейцер (Дармштадтский университет, Германия) по WL -размерности графов и групп,
7. О. Вербицкий (Университет Гумбольдта, Берлин, Германия) по WL -размерности графов и групп,
8. П.-Х. Цишанг (Техасский университет в долине Рио-Гранде, США) по теории ассоциативных схем и когерентных конфигураций,
9. К. Френч (Гриннелл-колледж, США) по теории ассоциативных схем и когерентных конфигураций,
10. Г. Чен (Центральный китайский педагогический университет, Ухань) по теории ассоциативных схем и когерентных конфигураций,
11. Э. О'Брайен (Оклендский университет, Новая Зеландия) по проблемам вычислительной теории групп,
12. В. Хэммерс (Университет Тилбурга, Нидерланды) по теории графов Деза,
13. Л.Х. Сойчер (Лондонский университет Королевы Марии, Лондон, Великобритания) по GAP,
14. С. Акбари (Университет Шарифа, Иран) по спектральной теории графов,
15. Дж. Кулен (Университет науки и технологий Китая, Аньхой, Китай) по теории графов Неймаера,
16. Р. Недела (Университет Западной Богемии, Чехия) по топологической кристаллографии,
17. Янг Су Квон (Университет Ёнгам, Корея) по топологической кристаллографии,
18. К. Бандт (Университет Грайфсвальда, Германия) по самоподобным континуумам,
19. Х. Рао (Классический университет Центрального Китая, Ухань, Китай) по самоподобным континуумам,
20. М. Бонатто (Университет Буэнос-Айреса, Аргентина) по теории квандлов и теории узлов,
21. А. Крэнс (Университет Лойола Мэримаунт, США) по теории квандлов,
22. Г. Уитни (Гарвардский университет, США) по теории квандлов.

П_5.21.4. Криптография и информационная безопасность

Планируется проведение совместных исследований со следующими учеными из зарубежных научно-образовательных центров: LilyaBudaghyan (руководитель SelmerCenter, Норвегия), NikolayKaleyskii (молодой исследователь из Бергенского университета, Норвегия), DianaDavydova (молодой исследователь из Бергенского университета, Норвегия), ChunleiLi (доцент кафедры информатики Бергенского университета, Норвегия) и Сергей Агиевич (заведующий лабораторией исследований информационной безопасности НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета).

В рамках реализации исследовательской программы Пб «Математические основания физики»

П_6.21.1. Геометрический анализ и его приложения

Планируется совместная работа с Анастасией Молчановой из Института анализа и научных вычислений Венского технического университета. В 2020-м году С.К. Водопьянов и А. Молчанова получили результаты о поточечной характеристике функций со слабыми производными, принадлежащими к банаховым пространствам с решеточным свойством и взвешенным гранд-пространствам Соболева, определенным на произвольных открытых множествах (как конечной, так и бесконечной меры). Этот результат является отправной точкой для дальнейших исследований в области определения аналогов функциональных банаховых пространств на метрических структурах с точки зрения решения прикладных задач. В частности, планируется разработать методы теории взвешенных отображений в квазиконформном анализе и применить их для решения задач нелинейной теории упругости в неоднородных средах.

П_6.21.2. Геометрические аспекты математической физики

В области исследования интегрируемости проволочных магнитных бильярдов планируется вести совместные исследования со следующими исследователями, работающими в зарубежных научно-исследовательских организациях: M. Bialy (Тель-Авивский университет), S. Tabachnikov (Университет штата Пенсильвания), HuiMa (Университет Цинхуа, Китай), HuijunFan (Пекинский университет, Китай).

В области исследования перечислительных инвариантов, связанной с подсчетом кривых с границей, планируется продолжить совместные работы со следующими исследователями, работающими в зарубежных научно-исследовательских организациях: E.Clader (Государственный университет Сан-Франциско, США), R. Tessler (Научный институт Вейцмана, Израиль), P. Rossi (Университете Падуи, Италия).

В области исследования корректности задач магнитной гидродинамики планируется вести совместные исследования со следующими исследователями, работающими в зарубежных научно-исследовательских организациях: TaoWang (Уханьский университет), AlessandroMorando (Университет Брешии), PaoloSecchi (Университет Брешии) и PaolaTrebeschi (Университет Брешии).

Продолжит работу онлайн-семинар «Beijing-Novosibirskseminarongeometryandmathematicalphysics» совместно с Пекинским университетом и с университетом Цинхуа.

П_6.21.3. Дифференциальные уравнения и динамические системы

В ходе реализации проекта планируется развитие международного сотрудничества с учеными: из научно-исследовательских организаций стран СНГ: Российско-Армянский университет (Ереван, Республика Армения), Полоцкий государственный университет (Новополоцк, Республика Беларусь), Институт математики и математического моделирования (Алматы, Республика Казахстан), Институт математики (Ташкент, Республика Узбекистан), Национальный университет им. М. Улугбека (Ташкент, Республика Узбекистан); из научно-исследовательских организаций дальнего зарубежья: Софийский университет (София, Болгария), Università degli Studi di Napoli Federico II (Наполи, Италия), Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale (Кассино, Италия), Università Politecnica delle Marche (Анкона, Италия), Токийский университет науки (Токио, Япония), Университет Касселя (Кассель, Германия), Шанхайский университет (Шанхай, КНР), Университет Акдениз (Анталия, Турция), University of Pau and the Adour Region (По, Франция), Государственный университет Маринга (Маринга, Бразилия), Университет Граца (Грац, Австрия).

П_6.21.4. Современные математические модели и численные методы ньютоновской механики сплошных сред с применением к геофизике

В ходе реализации проекта планируется осуществлять международное сотрудничество с группой профессора Г. Варнеке из Магдебургского университета имени Отто фон Герике в теоретических исследованиях симметрической гиперболической термодинамически согласованной модели многофазных сжимаемых течений, их аналитических решений с применением к фазовым переходам; с М. Павелкой и его коллегами из Математического института Карлова университета в Праге по термодинамике сложных многофазных течений; с профессором Б. Гуревичем и профессором М. Лебедевым из Кертинского Университета Западной Австралии по лабораторным экспериментам и получению данных для верификации и калибровки моделей.

Информация о публикационной активности работников центра

Параметр	Значение					
	2019 г.	2020 г.	2021 г.	2022 г.	2023 г.	2024 г.
Количество статей по результатам реализации программы создания и развития центра в области математических и смежных наук в научных изданиях первого и второго квартилей, индексируемых в международных базах данных «Scopus» и (или) «Web of Science Core Collection», и (или) публикаций в трудах конференций из рейтинга CORE уровня А (А*) или В, соавторами которых являются работники центра (единиц, нарастающим итогом)	0	13	30	50	72	100

Информация о привлечении к деятельности центра научных кадров, в том числе иностранных ученых, по направлениям деятельности центра.

№	Параметр	Значение					
		2019 г.	2020 г.	2021 г.	2022 г.	2023 г.	2024 г.
1.	Исследователи, принятые на работу в центр и ранее не работавшие исследователями в организациях, являющихся участниками центра, человек	0	5	7	9	11	13
2.	Количество иностранных исследователей, принятых на работу в центр, человек	0	2	4	6	8	9
3.	Доля исследователей, работающих в центре, имеющих индекс Хирша не менее 10 или процитированных не менее, чем в 30 публикациях (значения индекса Хирша и количества цитирующих публикаций определяются по базам данных Scopus или Web of Science Core Collection)	5	7	9	11	13	15

Информация о планируемых к проведению конференций и мастер-классах, иных мероприятий, в том числе международных

№	Годы проведения	Наименование мероприятия	Ожидаемые результаты
1	2019	Международный семинар «First Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 8 ведущих ученых, 20 молодых исследователей и обучающихся.
		Russia-Japan Workshop «Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications» (November 11–13, 2019, Novosibirsk)	Конференция будет посвящена последним достижениям в математическом анализе и его применениях в изучении пластичных структур. В ней примет участие более 100 ученых, студентов и аспирантов.
		Молодежная школа-конференция «Современные направления в алгебраической теории графов» в области алгебраической комбинаторики, спектральной теории графов, теории целочисленных графов	В качестве пленарных докладчиков выступит 3 ведущих ученых, будет вовлечено 20 исследователей и обучающихся.
		ComputerScienceClub в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.
2	2020	Международная конференция «Мальцевские чтения»	В качестве пленарных докладчиков выступит 10 ведущих ученых, будет вовлечено 40 молодых исследователей и обучающихся.
		Международный семинар «Second Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 8 ведущих ученых, 20 молодых исследователей и обучающихся.
		Международная конференция по математическому моделированию (Якутск)	В рамках данной конференции планируется выступление с докладами ведущих ученых в области уравнений математической физики, вовлечение в исследования современных задач широкого круга специалистов из различных научных организаций и вузов.
		Школа-семинар «Нелинейный анализ и экстремальные задачи» (Иркутск)	В рамках данной конференции планируется выступление с докладами ведущих ученых в области нелинейного анализа, вовлечение в исследования современных задач широкого круга специалистов из различных научных организаций и вузов.
		The Second Russia-Japan Workshop «Mathematical analysis of fracture phenomena for elastic structures and its applications», Tokyo, Japan	В рамках данной конференции планируется выступление с докладами ведущих ученых в области математического анализа и его приложений для пластичных структур, вовлечение в исследования современных задач широкого круга специалистов из различных научных организаций и вузов.
		ComputerScienceClub в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.

	6-я Международная школа-конференция «Алгоритмические проблемы теории групп и смежных областей»	Это традиционная школа-конференция, проводимая раз в 2 года совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области алгоритмической теории групп и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
	Geometry Days in Novosibirsk	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области геометрии, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Dynamics in Siberia	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области динамических систем, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Международная школа-семинар для молодых ученых «School in Advanced Probability»	В школе примут участие более 17 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить обучающихся с современными темами теории вероятностей при участии иностранных и российских ученых.
	Конференция «Актуальные вероятностные модели»	Продолжение совместной работы с иностранными учеными из Nankai University, Beijing University (China), University of Paris (France).
	Мастер-классы по теории вероятностей и математической статистике	Планируется привлечение ведущих зарубежных и российских ученых к проведению мастер-классов.
	Международная олимпиада NSUCRYPTO	Публикация по итогам олимпиады не менее одной статьи в научном журнале, входящем в Scopus или WoS, привлечение к участию не менее 1000 молодых ученых, студентов и аспирантов со всего мира.
	Летняя школа «Криптография и информационная безопасность»	Это традиционная школа, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области криптографии и информационной безопасности и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.

		Международный симпозиум (workshop) «Topological Methods in Rock Physics» в Новосибирске, примерно июнь – август 2020.	Проведение мини-курсов лекций для аспирантов и студентов по тематике симпозиума. Обсуждение последних научных продвижений.
		Двенадцатая международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок, август; 200 участников	Традиционная международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Планируются лекции членов Международного программного комитета и приглашенных докладчиков, выступления молодых (не старше 35 лет) участников и издание трудов (Web of Science, Scopus).
		Satellite event of the 8th European Congress of Mathematics: The International Conference and PhD-Master Summer School on Groups and Graphs, Geometries and GAP (G2G2), Rogla-Portorož, Slovenia, June 29 – July, 2020. (https://conferences.famnit.upr.si/indico/event/13/)	Продолжающаяся серия ежегодных конференций, посвященных теории групп, алгебраической комбинаторике и теории графов и их приложениям в различных областях математики и информационных системах. Включает в себя доклады ведущих ученых, циклы лекций и короткие сообщения молодых участников. Ежегодно в ней участвует более 100 человек, больше половины которых являются молодыми учеными. Избранные труды конференции публикуются в журналах, входящих в международные базы данных Web of Science и Scopus. В 2020 году она будет проводиться как спутниковая конференция Европейского математического конгресса.
3	2021	Международный симпозиум (workshop) «Topological Methods in Rock Physics» в Новосибирске, примерно июнь – август 2021.	Проведение мини-курсов лекций для аспирантов и студентов по тематике симпозиума. Обсуждение последних научных продвижений.
		Russian-Chinese Conference on Integrable Systems and its applications	Вновь создаваемая совместно с китайскими коллегами серия конференций для обсуждения и развития исследований в области интегрируемых систем. Предполагается проводить конференции ежегодно и привлекать к их участию ведущих специалистов в области интегрируемых систем. Также планируется, что более половины участников будут студентами, аспирантами или молодыми учеными.
		Satellite event of the 8th European Congress of Mathematics: The International Conference and PhD-Master Summer School on Groups and Graphs, Geometries and GAP (G2G2)	Продолжающаяся серия ежегодных конференций, посвящённых теории групп, алгебраической комбинаторике и теории графов, и их приложениям в различных областях математики и информационных системах. Включает в себя доклады ведущих ученых, циклы лекций и короткие сообщения молодых участников. Ежегодно в ней участвует более 100 человек, больше половины которых являются молодыми учеными. Избранные труды конференции публикуются в журналах, входящих в международные базы данных Web of Science и Scopus. В 2020 году она будет проводиться как спутниковая конференция Европейского математического конгресса.

	Международная конференция «Мальцевские чтения»	В качестве пленарных докладчиков выступят ведущие ученые, будет вовлечено 50 молодых исследователей и обучающихся.
	Международный семинар «Third Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 8 ведущих ученых, 20 молодых исследователей и обучающихся.
	Международная школа-конференция «Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры»	В работу школы-конференции будет вовлечено 15 молодых исследователей и обучающихся.
	Международная школа-конференция «Соболевские чтения» (Новосибирск)	Это традиционная школа-конференция, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых по дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики и численным методам, и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
	Computer Science Club в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.
	Международная конференция по теории колец, посвященная 100-летию А.И. Ширшова	Планируется более 70 участников, не менее 40% из них будут молодые ученые, студенты и аспиранты. В рамках конференции будут представлены доклады по наиболее актуальным направлениям в области теории колец и приложения в алгоритмах и математической физике. Планируется активное вовлечение молодых ученых в исследовательскую деятельность по указанным направлениям.
	Научная конференция с международным участием «Геометрическая теория управления и ее приложения», Переславль-Залесский	Количество участников – не менее 70 человек, из них молодежи – не менее 30 человек. Основные направления конференции: субриманова геометрия, субфинслерова геометрия, оптимальное управление, приложения геометрической теории управления в мобильной робототехнике и механике, приложения геометрической теории управления в обработке изображений.
	Geometry Days in Novosibirsk	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области геометрии, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Dynamics in Siberia	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области динамических систем, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее

		актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	7-я Международная конференция «Современные проблемы теоретической и прикладной вероятности»	В качестве докладчиков выступит более 30 ведущих ученых, будет вовлечено более 20 молодых исследователей и обучающихся.
	Международная школа-семинар для молодых учёных «Spring School in Probability March, 2021, Novosibirsk	В школе примут участие более 20 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить обучающихся с современными темами теории вероятностей, при участии иностранных и российских ученых.
	Международная школа-семинар для молодых учёных «Summer School in Probability», August, 2021, Novosibirsk	В школе примут участие более 20 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить обучающихся с современными темами теории вероятностей, при участии иностранных и российских ученых.
	Мастер-классы по теории вероятностей и математической статистике	Планируется привлечение ведущих зарубежных и российских ученых к проведению мастер-классов.
	Международная олимпиада NSUCRYPTO к году науки и технологий	Публикация по итогам олимпиады не менее одной статьи в научном журнале, входящем в Scopus или WoS, привлечение к участию не менее 1000 молодых ученых, студентов и аспирантов со всего мира.
	Летняя школа «Криптография и информационная безопасность»	Это традиционная школа, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области криптографии и информационной безопасности и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
	Международная конференция «Сибирская научная школа-семинар «Компьютерная безопасность и криптография» SIBECRYPT'21	SIBECRYPT – одна из ведущих конференций по криптографии и компьютерной безопасности в России, ежегодно проходящая в разных городах Сибири. Её цель – обсуждение фундаментальных математических проблем криптографии и защиты информации в компьютерных системах и сетях, обмен научными результатами по развитию теоретических основ и созданию программно-аппаратных средств компьютерной безопасности. Планируется привлечь не менее 50 участников.
	Международный симпозиум (workshop) «Computational and Applied Topology in Chemical Engineering», Новосибирске	Проведение мини-курсов лекций для аспирантов и студентов по тематике симпозиума. Обсуждение последних научных продвижений.

		Тринадцатая международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок	Традиционная международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Планируются лекции членов Международного программного комитета и приглашенных докладчиков, выступления молодых (не старше 35 лет) участников и издание трудов (Web of Science, Scopus).
		The second International scientific conference «Eurasian Conference on Applied Mathematics», Новосибирск, Академгородок	В конференции примут участие ведущие ученые по вычислительной и прикладной математике.
		The International Conference and PhD-Master Summer School on Groups and Graphs, Functions and Fields(G2F2), Yekaterinburg, Russia к году науки и технологий	Продолжающаяся серия ежегодных конференций, посвященных теории групп, алгебраической комбинаторике и теории графов и их приложениям в различных областях математики и информационных системах. Включает в себя доклады ведущих ученых, циклы лекций и короткие сообщения молодых участников. Ежегодно в ней участвует более 100 человек, больше половины которых являются молодыми учеными. Избранные труды конференции публикуются в журналах, входящих в международные базы данных WebofScience и Scopus.
		Серия научных воркшопов с потенциальными партнерами, в том числе индустриальными	Проведена серия воркшопов, направленных на установление коммуникации с потенциальными партнерами Центра, начаты переговоры о возможных формах сотрудничества (в том числе в виде заключения договоров на НИОКР).
		Заседания Международного экспертного совета и рабочей группы Центра	В рамках заседаний МЭС: проведена экспертиза заявок на позиции постдоков Центра, проведена экспертиза отчетов по результатам реализации исследовательских программ Центра. В рамках заседаний Рабочей групп Центра выработаны тактические действия по реализации программы создания и развития Центра.
		Серия стратегических сессий, посвященных развитию проекта «Инженерная школа»	Проведены мероприятия серии. В мероприятиях приняло участие не менее 70 человек, из которых не менее 40 молодые. Разработан меморандум о результатах сессии, предложены подходы к разработке блоков 3 и 4 программ «Искусственный интеллект» и «Прикладной инжиниринг».
4	2022	Международная конференция «Мальцевские чтения»	В качестве пленарных докладчиков выступит 15 ведущих ученых, будет вовлечено 60 молодых исследователей и обучающихся.
		Международный семинар «Fourth Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 10 ведущих ученых, 25 молодых исследователей и обучающихся.
		Международный семинар «World Logic Day Workshop 2022»	В работу семинара будет вовлечено 5 ведущих ученых, 25 молодых исследователей и обучающихся.

	Школа-семинар «Нелинейный анализ и экстремальные задачи» (Иркутск)	В рамках данной конференции планируется выступление с докладами ведущих ученых в области нелинейного анализа, вовлечение в исследования современных задач широкого круга специалистов из различных научных организаций и вузов.
	Computer Science Club в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.
	Международная конференция «Nielsen theory and related topics in Akademgorodok», сателлит Международного математического конгресса 2022	Теория Нильсена была названа в честь Якоба Нильсена, который в 1920-х годах сместил фокус теории неподвижных точек с вопроса о существовании неподвижных точек (как в знаменитой теореме Лефшеца о неподвижных точках) на проблему оценки фактического числа неподвижных точек в гомотопическом классе данного отображения. Несмотря на то, что теория Нильсена изначально была исключительно топологической, на данном этапе развития методы теории Нильсена проникают во многие области математики. Например, используя теорию Нильсена, можно доказать существование решений некоторых уравнений в группах. Также, используя теорию Нильсена, можно доказать (не)существование отображений с заданными свойствами между топологическими/алгебраическими объектами.
	Международная школа-конференция «Геометрический анализ и теория управления»	Проведение спутниковой конференции в рамках Международного математического конгресса (г. Новосибирск), ориентировочное количество участников – 120 человек, в том числе молодежи – 50 человек. Теория геометрического управления естественно описывает математические модели различных прикладных задач, в основном в физике, технике и экономике. Возникающие сложные проблемы приводят к необходимости создания новых фундаментальных понятий (суб-) римановой геометрии и геометрического анализа и изобретению новых методов их решения. Целью мероприятия является привлечение исследователей, работающих в упомянутых и смежных областях, для обмена оперативной информацией и обсуждения сложных проблемы в этих областях с целью их формулировки для молодых участников.
	Geometry Days in Novosibirsk	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области геометрии, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Dynamics in Siberia	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области динамических систем,

		которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Международная школа-семинар для молодых ученых «School in Advanced Probability»	В школе примут участие более 23 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить слушателей с современными темами теории вероятностей при участии иностранных и российских ученых.
	Международный симпозиум «Applied Probability Workshop»	В симпозиуме примут более 23 молодых исследователей и обучающихся.
	Мастер-классы по теории вероятностей и математической статистике	Планируется привлечение ведущих зарубежных и российских ученых к проведению мастер-классов.
	Международная олимпиада NSUCRYPTO	Публикация по итогам олимпиады не менее одной статьи в научном журнале, входящем в Scopus или WoS, привлечение к участию не менее 1000 молодых ученых, студентов и аспирантов со всего мира.
	Летняя школа «Криптография и информационная безопасность»	Это традиционная школа, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области криптографии и информационной безопасности и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
	Международная школа-конференция по алгебраической геометрии «Siberian summer school: Current developments in Geometry»	Математический центр в Академгородке и Высшая школа экономики организует Международную школу-конференцию по алгебраической геометрии «Siberian summer school: Current developments in Geometry». Научная программа школы-конференции состоит из мини-курсов приглашенных спикеров и коротких докладов молодых исследователей в области алгебраической геометрии. Количество приглашенных участников не менее 35 человек.
	Четырнадцатая международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок	Традиционная международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Планируются лекции членов Международного программного комитета и приглашенных докладчиков, выступления молодых (не старше 35 лет) участников и издание трудов (Web of Science, Scopus).

		Международная конференция «Современные проблемы обратных задач», посвященная памяти академика М.М. Лаврентьева в связи с 90-летием со дня его рождения	Планируется приглашение ведущих мировых ученых по теории и численным методам решения обратных и некорректных задач.
5	2023	Международная конференция «Мальцевские чтения»	В качестве пленарных докладчиков выступит 15 ведущих ученых, будет вовлечено 60 молодых исследователей и обучающихся.
		Международный семинар «Fifth Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 10 ведущих ученых, 25 молодых исследователей и обучающихся. По результатам семинара будет опубликован сборник научных трудов и/или специальный выпуск научного журнала.
		Международная школа-конференция «Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры»	В работу школы-конференции будет вовлечено 20 молодых исследователей и обучающихся.
		Международная конференция по математическому моделированию (Якутск)	В рамках данной конференции планируется выступление с докладами ведущих ученых в области уравнений математической физики, вовлечение в исследования современных задач широкого круга специалистов из различных научных организаций и вузов.
		Международная школа-конференция «Соболевские чтения» (Новосибирск)	Это традиционная школа-конференция, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых по дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики и численным методам, и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
		Computer Science Club в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.
		16-й Международный воркшоп по моделям и алгоритмам для задач планирования и расписаний (MAPSP)	Впервые воркшоп будет проведен вне пределов Европы.
		Мастер-классы по геометрическому анализу	Проведение мастер-классов в Новосибирске, ориентировочное количество участников – 70 человек, в том числе молодежи – 40 человек. Основная задача мероприятия – познакомить слушателей с новыми результатами и методами ряда разделов современного анализа и геометрии, показать примеры решения новых задач и сформулировать направления деятельности и задачи для самостоятельной работы.

	Geometry Days in Novosibirsk	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области геометрии, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Dynamics in Siberia	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области динамических систем, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Международная школа-семинар для молодых ученых «School in Advanced Probability»	В школе примут участие более 25 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить слушателей с современными темами теории вероятностей при участии иностранных и российских ученых.
	Международный симпозиум «Applied Probability Workshop»	В симпозиуме примут участие более 25 молодых исследователей и обучающихся.
	Мастер-классы по теории вероятностей и математической статистике	Планируется привлечение ведущих зарубежных и российских ученых к проведению мастер-классов.
	Международная олимпиада NSUCRYPTO	Публикация по итогам олимпиады не менее одной статьи в научном журнале, входящем в Scopus или WoS, привлечение к участию не менее 1000 молодых ученых, студентов и аспирантов со всего мира.
	Летняя школа «Криптография и информационная безопасность»	Это традиционная школа, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области криптографии и информационной безопасности и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
	Международный симпозиум (workshop) «Computational and Applied Topology: Problems and Perspectives» в Новосибирске	Проведение мини-курсов лекций для аспирантов и студентов по тематике симпозиума. Обсуждение последних научных продвижений.
	Пятнадцатая международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок	Традиционная международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Планируются лекции членов Международного программного комитета и приглашенных докладчиков, выступления молодых (не старше 35 лет) участников и издание трудов (Web of Science, Scopus).

		Международный конгресс молодых математиков стран BRICS	Проведение конгресса математиков стран BRICS позволит актуализировать направления исследований для молодых исследователей.
6	2024	Международная конференция «Мальцевские чтения»	В качестве пленарных докладчиков выступит 15 ведущих ученых, будет вовлечено 60 молодых исследователей и обучающихся.
		Международный семинар «Sixth Workshop on Digitalization and Computable Models»	В работу семинара будет вовлечено 10 ведущих ученых, 25 молодых исследователей и обучающихся. По результатам семинара будет опубликован сборник научных трудов и/или специальный выпуск научного журнала.
		Международная школа-конференция «Constructive Models and Online Algorithms»	В работу школы-конференции будет вовлечено 12 ведущих ученых, 35 молодых исследователей и обучающихся. По результатам школы-конференции будет опубликован сборник научных трудов и/или специальный выпуск научного журнала.
		Международная школа-конференция «Соболевские чтения» (Новосибирск)	Это традиционная школа-конференция, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых по дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики и численным методам, и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
		Computer Science Club в сотрудничестве с ПОМИ РАН	Чтение курсов учеными со всего мира по современным темам компьютерных наук для всех желающих слушателей в НГУ.
		8-я Международная школа-конференция «Алгоритмические проблемы теории групп и смежных областей»	Это традиционная школа-конференция, проводимая раз в 2 года совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области алгоритмической теории групп и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах.
		Международная школа-конференция «Геометрический анализ и его приложения»	В качестве сателлитной встречи ICM2022 работа конференции будет проходить по следующим направлениям: геометрическая теория функций и ее приложения; геометрические методы в дифференциальных уравнениях; геометрические методы в теории приближений и теории функций и их приложения; численные методы и вычислительная геометрия. Школа-конференция имеет своей целью организацию научной, творческой площадки, на которой была бы возможность обсуждать

		<p>актуальные вопросы и насущные проблемы, возникающие в области геометрического анализа и его приложений в смежных областях. В связи с этим для молодых ученых-математиков в рамках школы-конференции планируется проведение ряда лекций по геометрической теории функций, геометрическим методам анализа и дифференциальных уравнений, вычислительной геометрии, вычислительным методам в естествознании и т.д. Кроме этого, предполагается самый широкий обмен среди участников конференции новаторскими идеями, новыми методами, актуальными результатами современных исследований как в чисто теоретических, так и в прикладных задачах среди участников конференции. Предполагается в рамках конференции осветить современные достижения по результатам исследований инициативных научных проектов.</p> <p>Ориентировочное количество участников – 90 человек, в том числе, молодежи – 40 человек.</p>
	Geometry Days in Novosibirsk	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области геометрии, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Dynamics in Siberia	Традиционная ежегодная конференция, проходящая в Новосибирске, собирает ведущих специалистов в области динамических систем, которые делают доклады о последних достижениях и наиболее актуальных направлениях исследований. Более 50% участников конференции являются студентами, аспирантами или молодыми учеными.
	Международная школа-семинар для молодых ученых «School in Advanced Probability»	В школе примут участие более 30 молодых исследователей и обучающихся. Планируется познакомить слушателей с современными темами теории вероятностей при участии иностранных и российских ученых.
	Международная конференция «Современные проблемы теоретической и прикладной вероятности»	В качестве докладчиков выступит более 40 ведущих ученых, будет вовлечено более 30 молодых исследователей и обучающихся.
	Мастер-классы по теории вероятностей и математической статистике	Планируется привлечение ведущих зарубежных и российских ученых к проведению мастер-классов.
	Международная олимпиада NSUCRYPTO	Публикация по итогам олимпиады не менее одной статьи в научном журнале, входящем в Scopus или WoS, привлечение к участию не менее 1000 молодых ученых, студентов и аспирантов со всего мира.

	Летняя школа «Криптография и информационная безопасность»	Это традиционная школа, проводимая ежегодно совместно НГУ и ИМ СО РАН. В рамках данного мероприятия предусмотрены курсы лекций ведущих ученых в области криптографии и информационной безопасности и короткие доклады молодых участников. В результате студенты, аспиранты и молодые ученые вовлекаются в работу в современных актуальных направлениях, пишут статьи, которые публикуются в ведущих международных журналах базах данных.
	Международный симпозиум (workshop) «Geometric and Topological Methods in Materials Science» в Новосибирске	Проведение мини-курсов лекций для аспирантов и студентов по тематике симпозиума. Обсуждение последних научных продвижений.
	Первый всемирный конгресс по обратным задачам «Inverse and Ill-Posed Problems», сентябрь	Планируется приглашение ведущих мировых ученых по обратным задачам и их приложениям.
	Шестнадцатая международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок	Традиционная международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Планируются лекции членов Международного программного комитета и приглашенных докладчиков, выступления молодых (не старше 35 лет) участников и издание трудов (Web of Science, Scopus).

Сведения о планируемых к разработке и внедрению в центре новых образовательных программах и (или) исследовательских программах центра, в том числе о международных тематических программах (при необходимости), срок реализации которых от 1 месяца до года

№	Наименование мероприятия	Год разработки/внедрения	Период реализации	Ожидаемые результаты*
1.	Внедрение исследовательского профиля на направлении подготовки бакалавров «Математика», направленного на	2019	2019–2024	Программа будет состоять из четырех годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 60 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 45 обучающихся; в рамках 3 блока – не менее 30 обучающихся;

	ранний вход обучающихся в науку			в рамках 4 блока – не менее 20 обучающихся.
2.	Внедрение профиля инженерной подготовки бакалавров «Искусственный интеллект и прикладной инжиниринг»	2019	2019–2024	Программа будет состоять из четырех годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 120 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 80 обучающихся; в рамках 3 блока – не менее 50 обучающихся; в рамках 4 блока – не менее 30 обучающихся.
3.	Запуск и реализация совместно с Региональным научно-образовательным математическим центром НГУ обновленного профиля по направлению подготовки магистров «Математика»	2019	2019–2024	Программа будет состоять из двух годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 65 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 40 обучающихся.
4.	Запуск и реализация обновленного профиля по направлению подготовки магистров	2019	2019–2024	Программа будет состоять из двух годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 100 обучающихся;

	«Математика и компьютерные науки»			в рамках 2 блока – не менее 60 обучающихся.
5.	Реализация профиля «Анализ больших данных и искусственный интеллект» на направлении подготовки магистров «Прикладная математика и информатика»	2019	2019–2024	Программа будет состоять из двух годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 100 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 60 обучающихся.
6.	Реализация профиля «Нефтяной инжиниринг и математическое моделирование» на направлении подготовки магистров «Механика и математическое моделирование»	2019	2019–2024	Программа будет состоять из двух годовых элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 25 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 15 обучающихся.
7.	Разработка и реализация программ повышения квалификации, проводимых в рамках школ-конференций,	Ежегодно	2019–2024	Ориентировочная продолжительность каждой программы – 1 месяц. Итого к 2024 году обучение пройдет более 200 человек, в том числе не менее 100 молодых.

	воркшопов, симпозиумов			
8.	Реализация, в том числе СУНЦ НГУ, программ повышения квалификации учителей и преподавателей математики и смежных дисциплин, в том числе преподающих в школах РАН Сибирского макрорегиона, СУНЦ НГУ и образовательном центре «Альтаир»	Ежегодно	2019–2024	Продолжительность программ составит от 1 до 3 месяцев. Итого к 2024 году обучение пройдет более 100 человек, в том числе не менее 50 молодых.
9.	Запуск и реализация онлайн-курса по криптографии на платформе Coursera	2019	2019–2024	Онлайн-курс будет иметь классическую пятинедельную продолжительность. К 2024 году обучение пройдет не менее 100 человек.
10.	Реализация программ стажировок студентов бакалавриата, магистрантов и аспирантов	Ежегодно	2020–2024	Продолжительность стажировок составит от 1 до 6 месяцев. Итого к 2024 году стажировки пройдут более 50 человек.
11.	Запуск и реализация онлайн-курса на платформе Coursera	2021	2021–2024	Онлайн-курс будет иметь классическую пятинедельную продолжительность. К 2024 году обучение пройдет не менее 200 человек.

12.	Реализация научно-образовательной программы по криптографии	2020	2020–2024	Программа представляет собой комплекс научно-образовательных мероприятий общей продолжительностью 3 месяца.
13.	Разработка, с том числе, совместно СУНЦ НГУ профильных специальных курсов, школ, турниров и смен для школьников, в том числе смен в образовательном центре «Альтаир» и зимней школы юного математика «Лобачевский» на базе СУНЦ НГУ	2019	2020–2024	Продолжительность специальных курсов, школ, турниров и смен составит от 1 до 3 месяцев. К преподаванию планируется привлечь коллектив кружка «Совенок», а также преподавателей кафедры математики СУНЦ НГУ и преподавателей кафедр ММФ и ММЦ НГУ. Итого к 2024 году участие примет более 200 человек.
14.	Разработка и реализация программ (в том числе проектного типа), направленных на создание управленческого кадрового резерва центра	2020	2020–2024	Продолжительность программ составит от 1 до 6 месяцев. К 2024 году число обученных на программах сотрудников Центра составит не менее 15 человек.
15.	Разработка и реализация совместных с другими	2021	2022–2024	К 2024 году обучение пройдет более 200 человек, в том числе не менее 100 молодых.

	математическими центрами, центрами компетенций НТИ и (или) НОЦ образовательных программ дополнительного образования по приоритетным направлениям научно-технологического развития РФ			
16.	Разработка и реализация исследовательских программ центра	2019	2020–2024	В 2019 г. будет разработано не менее 3 исследовательских программ. Общая численность исследователей центра, привлеченных к участию в каждой программе в 2019 году, составит не менее 20 человек, из которых не менее 50% молодых. Итого к 2024 году участие в программах примут более 300 человек.
17.	Совместная с ИЦиГ СО РАН разработка и реализация модуля «Алгоритмы анализа больших биологических данных»	2020	2020-2024	Модуль будет состоять из двух годичных элементов (блоков). К 2024 году обучение пройдут: в рамках 1 блока – не менее 30 обучающихся; в рамках 2 блока – не менее 20 обучающихся.
18.	Разработка и проведение масштабных учебно-	Ежегодно, начиная с 2020 г.	2020-2024	Ежегодно, начиная с 2020 года, разрабатывается программа на текущий год.

	научныхворкшопов Математического центра в Академгородке			Итого к 2024 году в воркшопах участие примет более 400 человек.
--	------------------------------------------------------------------	--	--	-----------------------------------------------------------------

* Примечание – в ожидаемых результатах необходимо указать в том числе предполагаемую численность молодых исследователей и обучающихся, прошедших обучение в центре или принявших участие в реализуемых программах.

Информация о финансовом обеспечении программы создания и развития центра на 2019–2024 годы, включая размеры финансовых средств, предоставляемых на эти цели из федерального бюджета и внебюджетных источников, с указанием конкретных источников таких средств

№ п/п	Наименование мероприятия*	Объем финансового обеспечения Программы создания и развития центра из федерального бюджета и внебюджетных источников по годам реализации (тыс. рублей)												Всего (тыс. рублей)	
		2019 год		2020 год		2021 год		2022 год		2023 год		2024 год		Средства гранта	Внебюджетные средства
		Средства гранта	Внебюджетные средства	Средства гранта	Внебюджетные средства	Средства гранта	Внебюджетные средства	Средства гранта	Внебюджетные средства	Средства гранта	Внебюджетные средства	Средства гранта	Внебюджетные средства		
1.	Проведение научных исследований центра, в том числе приглашение ведущих ученых и обеспечение необходимой академической мобильности	24 719,72550	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24 719,72550	0
2.	Проведение конференций и мастер-классов, иных мероприятий, в том числе международных	5833,66737	0	3012,48958	0	7 000	0	12 000	0	10 000	0	10 000	0	47 846,15695	0
3.	Разработка и внедрение в центре новых образовательных программ и (или) исследовательских программ, в том числе международных тематических программ (при необходимости), срок реализации которых от 1 месяца до года	41524,62334	0	139 824,09840	14 270,69545	135 000	16 000	130 000	16 000	132 000	16 000	132 000	16 000	710 348,72174	78 270,69545
4.	Информационно-аналитическое и административное сопровождение	7921,98379	0	17 163,41202	0	18 000	0	18 000	0	18 000	0	18 000	0	97 085,39581	0

	деятельности центра													
Объем средств федерального бюджета		80 000	160 000	160 000	160 000	160 000	160 000	160 000	160 000	160 000	160 000	880 000		
Объем средств, выделяемых из внебюджетных источников финансирования		0	14370,69545	16 000	16 000	16 000	16 000	16 000	16 000	16 000	16 000	78270,69545		
ИТОГО		80 000	168 000	176 000	176 000	176 000	176 000	176 000	176 000	176 000	176 000	958270,69545		

* Примечание – наименование мероприятий указывается в соответствии с Программой научных исследований центра, Планом проведения центром конференций и мастер-классов, иных мероприятиях, в том числе международных, Планом разработки и внедрения в центре новых образовательных программ и (или) исследовательских программ центра, в том числе о международных тематических программах (при необходимости), срок реализации которых от 1 месяца до года.

Исчерпывающий перечень направлений расходования средств гранта

№ п/п	Направления расходования средств	Затраты, тыс. рублей*						
		ВСЕГО	2019	2020	2021	2022	2023	2024
1.	Выплаты персоналу	880 000,00	80 000,00	160 000,00	160 000,00	160 000,00	160 000,00	160 000,00
2.	Закупка работ и услуг							
3.	Закупка произведенных активов, нематериальных активов, материальных запасов и основных средств							
4.	Уплата налогов, сборов и иных платежей в бюджеты бюджетной системы Российской Федерации							
5.	Иные выплаты							

*Примечание – Основным для определения стоимости работ по мероприятиям Программы принимается затратный метод оценки путем обоснования предполагаемых затрат на выполнение работ.

Перечень участников центра, претендующих на предоставление гранта, и предложения по распределению средств гранта между такими участниками центра¹⁵

Наименование участника центра	Наименование мероприятий*	2019		2020		2021		2022		2023		2024	
		Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей	Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей	Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей	Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей	Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей	Доля средств гранта	Объем финансирования, тыс. рублей
Участник 1 – НГУ	Проведение научных исследований центра, в том числе приглашение ведущих ученых и обеспечение необходимой академической мобильности	30,90%	24719,72550	0,00%	0,00	0,00%	0,00	0,00%	0,00	0,00%	0,00	0,00%	0,00
	Проведение конференций и мастер-классов, иных мероприятий, в том числе международных	7,29%	5833,66737	1,88%	3012,48958	7,50%	7000,00	7,50%	12000,00	7,50%	10000,00	7,50%	10000,00
	Разработка и внедрение в центре новых образовательных программ и (или) исследовательских программ, в том числе международных тематических программ (при необходимости), срок реализации которых от 1 месяца до года	7,46%	5965,01112	41,71%	139824,09840	35,62%	62000,00	35,62%	57000,00	35,62%	59000,00	35,62%	59000,00
	Информационно-аналитическое и административное сопровождение деятельности центра	4,35%	3481,59601	6,41%	17163,41202	6,88%	11000,00	6,88%	11000,00	6,88%	11000,00	6,88%	11000,00

	ИТОГО Участник 1 – НГУ	50,00%	40000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00
Участник 2 – ИМ СО РАН	Разработка и внедрение в центре новых образовательных программ и (или) исследовательских программ, в том числе международных тематических программ (при необходимости), срок реализации которых от 1 месяца до года	44,45%	35559,61222	45,68%	73091,46012	45,62%	73000,00	45,62%	73000,00	45,62%	73000,00	45,62%	73000,00
	Информационно-аналитическое и административное сопровождение деятельности центра	5,55%	4440,38778	4,32%	6908,53988	4,38%	7000,00	4,38%	7000,00	4,38%	7000,00	4,38%	7000,00
	ИТОГО Участник 2 – ИМ СО РАН	50,00%	40000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00	50,00%	80000,00
ИТОГО		100%	80000,00	100%	160000,00	100%	160000,00	100%	160000,00	100%	160000,00	100%	160000,00

Сведения о формах привлечения к деятельности центра научных кадров, в том числе иностранных

Сотрудники	Число сотрудников центра, чел/ форма привлечения сотрудников центра ¹					
	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Ведущие ученые², всего:	4	80	82	85	87	90
из них молодые исследователи (до 39 лет)	2	30	35	37	39	41
Научные сотрудники (без учета ведущих ученых), всего:	0	30	31	33	34	35
из них молодые исследователи (до 39 лет)	0	15	19	20	21	22
Профессорско-преподавательский состав	0	0	8	8	8	8

¹Все сотрудники привлекаются по трудовым договорам

² Количество ведущих ученых определено на основании опубликованных за последние 2 года статей (WOS/ Scopus Q1/Q2).

Аспиранты³	0	20	21	22	24	25
Вспомогательный персонал	4	6	8	8	10	10
Административно-управленческий персонал⁴	0	0	6	6	6	6
ИТОГО:	8	136	156	162	169	174

³ Аспиранты, работающие на ставке научного сотрудника или вспомогательного персонала, приводятся в таблице один раз, как аспиранты.

⁴ Доля административно-управленческого персонала в общей численности работников не должна превышать 10 %.

Перечень целевых показателей деятельности центра

№ п/п	Показатель	2019	2020	2021	2022	2023	2024	ИТОГО
		план	план	план	план	план	план	план
1	Количество российских и зарубежных ведущих ученых, работающих в центре (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)⁵	1	80	82	85	87	90	90
1.1	в том числе Количество исследователей, принятых на работу в центр и ранее не работавших исследователями в организации, на базе которой создан центр, или в организациях, являющихся участниками центра (человек) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	0	1	1	2	3	4	4
2	Доля иностранных исследователей центра в общей численности исследователей центра (процент) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	0	2	5	7	8	10	10
3	Доля исследователей центра в возрасте до 39 лет в общей численности исследователей центра (процент) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	44,2	45,6	47	48,2	49,3	50,1	50,1
4	Численность российских и иностранных ученых, являющихся работниками центра и опубликовавших статьи в научных изданиях первого и второго квартилей, индексируемых в международных базах данных «Scopus» и (или) Web of Science Core Collection (человек) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	4	80	30	30	31	31	31
5	Доля исследований, проводимых центром под руководством молодых (в возрасте до 39 лет) перспективных исследователей (процент) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	0	20	25	30	35	40	40
6	Число образовательных и (или) исследовательских программ, разработанных центром, для молодых исследователей, аспирантов, студентов и (или) иных категорий обучающихся (единиц) (нарастающим итогом и в «итого» – за 2024 год)	0	10	20	30	40	50	50
7	Количество молодых исследователей и обучающихся, прошедших обучение в центре или принявших участие в реализуемых центрами научных и (или) научно-технических программах и проектах (человек, нарастающим итогом и в «итого» – за 2024 год)	0	200	400	600	800	1000	1000
8	Численность иностранных аспирантов, обучающихся в центре (человек) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	0	0	1	1	1	1	2

⁵ Плановые значения показателя за 2019 и 2020 гг. указаны для целевого показателя «Количество российских и зарубежных ведущих ученых, работающих в центрах совместно с учеными из других научных организаций Российской Федерации по направлению исследований центра» (нарастающим итогом), формулировка которого в пп. «а» п. 12 Правил предоставления гранта НЦМУ, утвержденных Постановлением Правительства РФ от 30 апреля 2019 г. № 538, изменена Постановлением Правительства РФ от 28 января 2020 г. №59.

9	Численность аспирантов из других субъектов Российской Федерации, обучающихся в центре (человек) (показатель за каждый год и в «итого» – за 2024 год)	0	2	4	6	7	8	8
10	Размер внебюджетных средств на исследования и разработки центра (млн. руб.) (показатель за каждый год и в «итого» – сумма за период 2019-2024 годы)	0	8	16	16	16	16	72
11	Количество статей по результатам реализации программы создания и развития центра в области математических и смежных наук в научных изданиях первого и второго квартилей, индексируемых в международных базах данных «Scopus» и (или) «Web of Science Core Collection», и (или) публикаций в трудах конференций из рейтинга CORE уровня А (А*) или В, соавторами которых являются работники центра (единиц) (нарастающим итогом и в «итого» – за 2024 год)	0	13	30	50	72	100	100